NOTICE

SUR LES

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

DE

M. MARCEL BRILLOUIN,

PROFESSEUR DE PHYSIQUE MATHÉMATIQUE AU COLLÈGE DE FRANCE.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1904

TITRES, GRADES ET FONCTIONS.

1874–1877.	Élève à l'École Normale supérieure.
1877.	Agrégé des Sciences physiques.
1877–1880.	Préparateur du cours de Physique au Collège de France.
1880.	Docteur ès Sciences mathématiques.
1880–1882.	Maître de Conférences de Physique à la Faculté des Sciences de Nancy.
1882.	Docteur ès Sciences physiques.
1882–1883.	Chargé du cours de Physique à la Faculté des Sciences de Dijon.
1883–1887.	Chargé du cours, puis professeur de Physique à la Faculté des Sciences de Toulouse.
1887–1900.	Maître de Conférences de Physique à l'École Normale Supérieure.
1891–1896.	Suppléant de M. Duclaux à l'Institut agronomique, pour la Météorologie.
1897; 1899–1900.	Remplaçant et suppléant de M. Mascart au Collège de France; Physique générale et expérimentale.
1900.	Professeur de Physique générale et mathématique au Collège de France.
1903.	Prix Saintour à l'Académie des Sciences.

LISTE CHRONOLOGIQUE

DES TRAVAUX DE M. MARCEL BRILLOUIN.

1. 1878. Liquéfaction des gaz.
Journ. de Phys., 1re série, t. VII, p. 45.

2. 1880. Intégration des équations différentielles auxquelles conduit l'étude des phénomènes d'induction dans les circuits dérivés.
Thèse de Mathématiques, 48 pages.

3. 1881. Partage des courants instantanés.
Journ. de Phys., 1re série, t. X, p. 24 à 101.

4. 1881. Établissement des courants électriques dans un système quelconque de fils conducteurs immobiles.
Journ. de Phys., 1re série, t. X, p. 257.

5. 1881. Sur la méthode de M. Lippmann pour la détermination de l'ohm.
C. R., t. XCIII, p. 845, 1069.

6. 1882. Traduction du Mémoire de Maxwell sur les courants entretenus par le travail, et Note.
Journ. de Phys., 2e série, t. I, p. 28.

7. 1882. Comparaison des coefficients d'induction.
Thèse de Physique, 88 pages et *C. R.*, t. XCIII p. 1010, t. XCIV, p. 435.

8. 1883. Méthodes de détermination de l'ohm.
Journ. de Phys., 2e série, t. II, p. 49 et *C. R.*, t. XCVI, p. 190.

9. 1884. Leçons sur l'Élasticité et l'Acoustique à la Faculté des Sciences de Toulouse.
Lithographiées, 100 pages.

10. 1884. Durée d'oscillation d'un système magnétique.
Journ. de Phys., 2e série, t. III, p. 167.

11. 1885. Sur la torsion des prismes.
C. R., t. C, p. 739.

12. 1886. Battement électrique d'une horloge astronomique.
Ann. de l'Obs. de Toulouse.

13. 1887. Questions d'Hydrodynamique, 80 pages.
I. Tourbillons dans les fluides parfaits. Théorie. Expériences. Applications.
II. Écoulement des liquides. Jets. Mouvement d'un solide ou d'un tourbillon dans un liquide.
III. Bibliographie générale, 1858–1885.
Ann. de la Fac. des Sc. de Toulouse.

14. 1887. Tuyaux sonores.
Journ. de Phys., 2e série, t. VI, p. 205.

Résonnateurs.
Journ. de Phys., 2e série, t. VI, p. 222.

15. 1887. Essai sur les lois d'élasticité d'un milieu capable de transmettre des actions en raison inverse du carré de la distance.
Ann. de l'Éc. Norm., t. IV, p. 201 à 240.

16. 1888. Chaleur spécifique pour une transformation quelconque et Thermodynamique.
Journ. de Phys., 2e série, t. VII, p. 148.

17. 1888. Sur un point de Thermodynamique.
Journ. de Phys., 2e série, t. VII, p. 315.

18. 1888–1889. Déformations permanentes et Thermodynamique.
Journ. de Phys., 2e série, t. VII, p. 327; 2e série, t. VIII, p. 169.
C. R., 1888, p. 6, 13, 20, 27.

19. 1889. Compte rendu des Leçons de F. Neumann sur la théorie de l'Élasticité.
Bull. Sc. math., t. XIII.

20. 1890. Sur les expériences de M. Hertz.

Rev. gén. Sc. p. et appl., p. 141.

21. 1890. Principes généraux d'une théorie élastique de la plasticité et de la fragilité des corps solides.

Ann. de l'Éc. Norm., t. VII, p. 345 à 360.

22. 1891. Recherches récentes sur les diverses questions d'Hydrodynamique.

Paris, Gauthier-Villars.

23. 1891. La photographie des objets à très grande distance par l'intermédiaire du courant électrique.

Rev. gén. Sc. p. et appl., t. II, p. 33.

24. 1891. Sur le degré de complexité des molécules gazeuses.

C. R., t. CXII, p. 575.

25. 1891. Théorie élastique de la plasticité et de la fragilité des corps solides.

C. R., t. CXII, p. 1054.

26. 1891. Notice sur Ed. Becquerel.

Rev. gén. Sc. p. et appl.

27. 1891. Déformations homogènes finies. Énergie d'un corps isotrope.

C. R., t. CXII, p. 1500.

28. 1891. Compte rendu des Leçons de M. Poincaré (Élect. et Opt.).

Bull. Sc. math., t. XV.

29. 1892. Régions tempérées. — Conditions locales de persistanee des courants atmosphériques; courants dérivés, origine et translation de certains mouvements cycloniques.

C. R., t. CXIV, p. 203.

30. 1891-92. Leçons de Physique et de Météorologie à l'Institut agronomique (autographiées par les élèves).

31. 1892. Propagation des vibrations dans les milieux absorbants isotropes.

C. R., t. CXV, p. 808.

32. 1893. Conférences de Lord Kelvin (traduites par Lugol). Introduction et annotations.
Paris, Gauthier-Villars.

33. 1893. Vibrations propres d'un milieu indéfiniment étendu extérieurement à un corps solide.
C. R., t. CXVII, p. 94.

34. 1893. Les définitions de l'intensité de la lumière et les théories optiques.
Rev. gén. Sc. p. et appl., t. IV, p. 161.

35. 1893. Compressibilité isotherme.
Journ. de Phys., 3e série, t. II, p. 112.

36. 1893. Déformation produite dans un milieu isotrope indéfini par le déplacement d'une sphère solide.
Ann. Ch. et Phys., t. XXX, p. 245.

37. 1894. Mouvement émis par une sphère en mouvement dans un milieu élastique indéfini. Réaction du milieu sur la sphère.
Ann. Ch. et Phys., t. II, p. 117.

38. 1894. Mouvements d'une sphère dans une atmosphère gazeuse; vibrations propres de l'espace extérieur.
Ann. Ch. et Phys., t. II, p. 417.

39. 1895. Les progrès des machines volantes. — Stabilité.
Rev. gén. Sc. p. et appl., t. VI, p. 766.

40. 1895. Pour la matière, à propos d'un article de M. Ostwald : « La déroute de l'atomisme ».
Rev. gén. Sc. p. et appl., t. VI, p. 1032.

41. 1895. Nouvelles mesures de l'intensité de la pesanteur, par M. von Sterneck.
Bull. astron.

42. 1895. Tensions superficielles et formes cristallines. Domaine d'action moléculaire.
Ann. Ch. et Phys., t. VI, p. 540.

43. 1896. Les taches solaires et le temps.

C. R., t. CXXIII, p. 484.

44. 1896. Viseur stroboscopique. — Horloge à période variable.

Journ. de Phys., 3e série, t. V, p. 394.

45. 1897. Théorie d'un alternateur auto-excitateur.

Écl. élect., t. XI, p. 49 à 59.

46. 1897. Appareil léger pour la détermination rapide de l'intensité de la pesanteur.

C. R., t. CXXV, p. 292.

47. 1897. Origine, variation et perturbations de l'électricité atmosphérique.

C. R. Ass. fr. av. Sc., 1897 et *Journ. de Phys.*, 3e série, t. IX, 1900, p. 91.

48. 1897. Vents et nuages. — Résumé.

Ann. Ch. et Phys., t. XII, p. 145.

49. 1897. Vents contigus et nuages.

Mémoires du Bureau central météorologique, 150 pages.

50. 1898. La polarisation rotatoire magnétique et l'axiome de Clausius.

Écl. élect., t. XV, p. 265 à 269.

51. 1898. Cycle des moteurs à combustion.

Rev. gén. Sc. p. et appl., p. 478.

52. 1898. Les écarts apparents de la loi de Hooke. Poinçons et couteaux de pendules. Chaînes. Vis calantes.

Ann. Ch. et Phys., t. XIII, p. 231.

53. 1898. Théorie de la fusion complète et de la fusion pâteuse.

Ann. Ch. et Phys., t. XIII, p. 264.

54. 1898. Loi des déformations des métaux industriels.

C. R., t. CXXVI, p. 328.

55. 1898. Théorie des déformations permanentes des métaux industriels.
Ann. Ch. et Phys., t. XIII, p. 377; t. XIV, p. 311; t. XV, p. 447.

56. 1898-99. Dix leçons d'Optique géométrique à l'École Normale. Grands angles; grandes ouvertures (autographié par les élèves).

57. 1899. Théorie moléculaire du frottement des solides polis.
C. R., t. CXXVIII, p. 354.

58. 1899. Théorie moléculaire du frottement des corps solides polis.
Ann. Ch. et Phys., t. XVI, p. 433.

59. 1899. Lois des variations d'amplitude du balancier des chronomètres.
Soc. Encour., mai 1899, 27 pages.

60. 1899. Théorie de la diffusion des gaz sans paroi poreuse. Propagation du son dans les mélanges.
Ann. Ch. et Phys., t. XVIII, p. 433.

61. 1900. Réflexions et questions d'un physicien sur le système nerveux.
Rev. gén. Sc. p. et appl., t. XI, p. 172.

62. 1900. Théorie moléculaire des gaz. Diffusion du mouvement et de l'énergie.
Ann. Ch. et Phys., t. XX, p. 440.

63. 1900. Propagation anomale des sons aigus dans les tuyaux larges.
Congrès intern. Phys., 1900, t. I, p. 246.

64. 1900. La diffusion des gaz sans paroi poreuse dépend-elle de la concentration?
Congrès intern. Phys., 1900, t. I, p. 512.

65. 1900. Les définitions de la forme de la terre. Les réductions de la pesanteur au niveau de la mer. Les différents géoïdes.
Rev. gén. Sc. p. et appl., 15 et 30 juillet.

66. 1900. Constante de la gravitation universelle. Sur une cause de dissymétrie dans l'emploi de la balance de Cavendish.
C. R., t. CXXXI, p. 1293.

67. 1900. Mémoires originaux sur la théorie de la circulation de l'atmosphère; Halley, Hadley, Maury, Ferrel, W. Siemens, Möller, Oberbeck, von Helmholtz. Traduits et annotés.
Carré et Naud.

68. 1901. Joseph Bertrand. Son enseignement au Collège de France.
Rev. gén. Sc. p. et appl., t. XII, p. 115.

69. 1901. La polarisation rotatoire magnétique et l'axiome de Clausius.
Écl. élect., t. XXVI.

70. 1902. Champ électrostatique permanent et variable d'une bobine parcourue par un courant électrique.
Ann. Ch. et Phys., t. XXVI, p. 460.

71. 1902. Influence réciproque de deux oscillateurs voisins.
Ann. Ch. et Phys., t. XXVII, p. 17.

72. 1902. Boltzmann. Théorie cinétique des gaz. Préface et Notes.
Paris, Gauthier-Villars.

73. 1903. Propagation dans les milieux conducteurs. Sources.
C. R., p. 667, 746.

74. 1903. Mesure des très petits angles de rotation.
C. R., t. CXXXVII, p. 786.

75. 1903. Influence réciproque de deux oscillateurs voisins; caractère particulier des discontinuités.
C. R., t. CXXXVI, p. 301.

76. 1903. Courbures du géoïde au sommet du Puy de Dôme.
C. R. Ass. fr. av. Sc. (Angers), t. I, p. 183.

77. 1904. Leçons sur la propagation de l'Électricité. Histoire et théorie.
1 vol. in-8°, 395 pages (Hermann).

78. 1904. Stokes.
Rev. gén. Sc. p. et appl.

Compte rendu de plusieurs Ouvrages de Physique mathématique au *Bulletin des Sciences mathématiques*.

NOTICE

SUR LES

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

DE

M. MARCEL BRILLOUIN.

I. — HYDRODYNAMIQUE ET AÉRODYNAMIQUE.

13. 1887. **Questions d'Hydrodynamique** (80 pages). — **22.** 1891. **Recherches récentes sur diverses questions d'Hydrodynamique.** — **39.** 1895. **Les progrès des machines volantes. Stabilité.**

Un double intérêt s'attachait en 1887 à l'étude des tourbillons dans les liquides.

L'hypothèse ingénieuse de lord Kelvin au sujet de la constitution tourbillonnaire de la matière venait d'être soumise à une discussion approfondie par J.-J. Thomson dans une étude mathématique qui lui avait valu le prix Adams. Les conditions du choc de deux tourbillons, les mouvements consécutifs, la stabilité de leurs mouvements internes, l'avaient conduit à des résultats nouveaux ; en particulier, au point de vue des analogies chimiques, J.-J. Thomson avait reconnu qu'un enchaînement de plus de six tourbillons est nécessairement instable. Tout ceci m'avait paru digne d'être exposé

en le faisant précéder d'un historique aussi complet que possible de la théorie des mouvements tourbillonnaires dont l'importance reste considérable en Hydrodynamique pure.

D'autre part, un cas limite de mouvements tourbillonnaires, celui du glissement d'une partie d'un liquide le long d'une autre partie, avec discontinuité des vitesses tangentielles, étudié par Helmholtz et Kirchhoff, puis par lord Rayleigh, venait de fournir théoriquement une formule de résistance d'un plan mince à un courant liquide conforme à l'observation dans ses traits généraux, donnant en particulier la résistance proportionnelle à l'inclinaison (et non à son carré) sous les incidences presque rasantes.

Les conditions aux limites, toutefois, ne m'ont pas paru être tout à fait conformes à la réalité, et j'ai cru utile d'en discuter la forme et la portée. Un changement de résidence et l'attente, déçue jusqu'à cette année, de la publication intégrale des recherches sur la résistance des navires, dont lord Kelvin avait donné les résultats sans démonstration, ont fait ajourner la publication en Volume de cette seconde Partie, qui n'a paru que dans les *Annales de Toulouse*. Un certain nombre de résultats sur la stabilité des aéroplanes et sur la résistance des liquides, que je comptais joindre à cette réimpression, attendent ainsi depuis bien des années. J'ai fait allusion à quelques-uns de ces résultats dans un article de la *Revue des Sciences pures et appliquées*, 1895 (*Sur le progrès des machines volantes*). Au début, citant le théorème du commandant Renard : « *Pour une machine volante de poids fixe, il y a une vitesse de transport horizontal plus économique que toutes les autres,* » j'indique que ce minimum n'existe plus si l'on se donne *le poids utile à transporter,* ce qui est le vrai problème commercial.

Dans la navigation aérienne par aéroplanes, le prix de transport d'un poids utile donné croît moins vite que le carré de la vitesse; la différence est d'autant plus grande que le poids utile est plus grand par rapport au poids total. La démonstration est élémentaire. Quant à la stabilité, je me bornerai à rappeler la phrase suivante, vers la fin de l'article : *La forme même de l'aéroplane de M. Maxim* (1893) *est défectueuse et doit être changée du tout au tout; il n'obtiendra qu'une stabilité précaire avec un planeur alourdi par les longs bras destinés à supporter les gouvernails.* Inutile de parler davantage de recherches non encore publiées.

14. 1887. Tuyaux sonores. Résonnateurs.

La propagation dans le tuyau se fait par sauts brusques d'une demi-longueur d'onde à chaque demi-période (Helmholtz, Rayleigh).

63. 1900. Propagation anormale des sons aigus dans les tuyaux larges.

Explication et théorie complète des curieux résultats obtenus par M. Violle dans ses expériences d'Argenteuil : la théorie montre qu'un son de période donnée, produit en un point intérieur à un tuyau cylindrique, donne naissance à une infinité d'ondes : une onde plane uniforme, se propageant avec la vitesse du son ; un certain nombre d'ondes planes *non uniformes*, qui se propagent avec des vitesses moindres suivant leur longueur d'onde et le nombre de leurs surfaces nodales parallèles au tuyau, et enfin une infinité d'ondes planes localisées qui s'éteignent sur place sans propagation. Dans les ondes non uniformes, les nœuds et les ventres se propagent avec une vitesse supérieure à celle du son ; mais l'intensité se propage avec une vitesse moindre ; l'écart est d'autant plus grand que la longueur d'onde est plus grande. Un son complexe, émis pendant un temps très court, sera donc entendu une première fois en entier, avec prédominance du son fondamental et des sons graves ; les harmoniques aigus arriveront une seconde fois en commençant par le plus aigu ; les sons les plus aigus pourront même revenir deux ou trois fois. L'existence des surfaces nodales parallèles à la paroi est d'ailleurs facile à montrer dans des tuyaux de quelques décimètres de côté et de 3^{m} ou 4^{m} de longueur conduisant un son de petite flûte produit au milieu du fond, comme je l'ai fait en 1897 dans mes Leçons au Collège de France.

II. — ACTIONS MOLÉCULAIRES.

L'IRREVERSIBILITÉ EN MÉCANIQUE RATIONNELLE.

9. 1884. **Leçons sur l'Élasticité et l'Acoustique à la Faculté des Sciences de Toulouse. — 19.** 1889. **Compte rendu des Leçons de F. Neumann, sur la théorie de l'Élasticité. — 42.** 1895. **Tensions superficielles et formes cristallines. Domaine d'action moléculaire. — 52.** 1898. **Les écarts apparents de la loi de Hooke. Poinçons et couteaux de pendules. Chaînes. Vis calantes. — 58.** 1899. **Théorie moléculaire du frottement des corps solides polis.**

Ce que je me suis attaché à mettre en relief dans les Leçons autographiées, dans le compte rendu des Leçons de Neumann, ainsi que dans divers autres moins développés, c'est que l'on sait aujourd'hui, après les expériences de Plateau, de Quincke, etc., au-dessous de quelle épaisseur ($0^{mm},5.10^{-4}$) une couche mince de solide ou de liquide cesse d'être équivalente à un solide indéfini; et l'on sait que cette couche comprend encore un nombre fini assez considérable d'épaisseurs moléculaires. Cela précise la base physique de la théorie de l'élasticité des corps homogènes, et ses limites. Il en résulte en particulier, pour les corps de forme bien définie, comme les cristaux, la nécessité d'étudier ce qui se passe dans cette couche superficielle, et au voisinage des arêtes. C'est ce que j'ai commencé à faire dans le Mémoire sur les *Tensions superficielles et formes cristallines.* J'ai montré que, dans un solide ou *dans un liquide en contact avec un solide*, apparaissent des *tensions superficielles élastiques*, fonctions de la déformation des surfaces de contact. Laissant provisoirement de côté la question des liquides en contact avec les solides, je me suis borné, dans ce Mémoire, à l'étude des solides.

De considérations simples il résulte que, dans un solide qui n'est soumis

à l'action d'aucune force extérieure (état naturel), si les faces sont le siège de tensions superficielles indépendantes de la déformation (comme la surface des liquides), l'existence d'arêtes vives exige que ces arêtes soient elles-mêmes le siège d'une tension linéaire fonction de l'angle dièdre, nulle lorsque le dièdre atteint deux droits. La discussion du rôle de cette tension dans l'équilibre des arêtes conduit aux propositions suivantes pour les corps isotropes :

L'angle dièdre des faces le long d'une arête reste invariable, quoique arbitraire; le rayon de courbure de l'arête est lui-même invariable et déterminé par la valeur de l'angle dièdre; la torsion de l'arête est indéterminée.

L'arête rectiligne correspond à l'angle droit.

Les formes stables sont celles dans lesquelles le dièdre, creux ou saillant, est aigu ou obtus, suivant le signe d'un certain coefficient spécifique de la substance.

Les arêtes rectilignes sont à la limite de stabilité d'un côté; il en est de même des surfaces sans arêtes.

Les arêtes stables formant un dièdre saillant sont concaves vers l'extérieur; celles dont le dièdre est creux sont convexes vers l'extérieur.

Pour qu'un tracé en creux soit stable dans une matière dure (non susceptible de déformations permanentes), il faut que la profondeur du sillon soit moindre que la moitié de sa largeur.

Après quelques considérations sur la production des écailles, etc., j'arrive aux cristaux, et je montre, comme conséquence presque évidente de l'existence de dièdres d'angles déterminés et de la loi des petits indices d'Haüy, que :

L'attraction d'une molécule cristalline est encore très sensible à une distance double du rayon moyen de la surface neutre (surface à l'intérieur de laquelle l'action est répulsive) et devient certainement négligeable à une distance quintuple, décuple au plus, dans presque tous les cristaux, même dans ceux qui présentent les faces de dérivation les plus compliquées.

Cette extension certaine de l'action moléculaire à plusieurs distances moléculaires rend impossible l'homogénéité complète des cristaux jusqu'au voisinage immédiat de leur surface; près de celle-ci, et, encore plus, près

des arêtes et des sommets, la maille est nécessairement un peu déformée. Les raisonnements un peu trop simplistes de la cristallographie classique doivent être complétés et en partie corrigés avantageusement. N'en citons qu'un exemple : dans la théorie réticulaire de l'homogénéité parfaite des cristaux, les quatre dièdres saillants et creux, aigus et obtus, sont également possibles autour d'une file quelconque. La théorie nouvelle montre, conformément à l'observation, qu'*un seul de ces quatre dièdres est stable* Elle fait en outre comprendre l'inégale extension des faces variable, avec la composition et les propriétés physiques de l'eau mère, puisque la tension superficielle au contact du liquide et de la face en limite la stabilité.

Discutant plus tard, dans le Mémoire *Sur les écarts apparents de la loi de Hooke,* les expériences de M. Auerbach sur la *dureté,* expériences qui ne sont pas d'accord avec la théorie de Hertz, j'ai montré aussi que ces expériences paraissent se rapporter à un phénomène superficiel, et que la constante de M. Auerbach peut s'interpréter comme définissant le rapport d'un coefficient d'élasticité superficielle à un coefficient d'élasticité interne. La fêlure exclusivement superficielle que produit l'enfoncement d'une sphère dans un plan de même matière paraît bien caractériser une sorte de limite d'élasticité superficielle, tout à fait distincte des propriétés internes. Le mot de *dureté* peut s'y appliquer à beaucoup plus juste titre qu'à la combinaison particulière des deux coefficients d'élasticité interne adoptée par Hertz.

Ces notions mériteraient d'ailleurs une étude mathématique plus étendue et plus précise, préparant le contrôle expérimental.

Au même ordre d'idées se rattache en partie le Mémoire sur la *Théorie moléculaire du frottement des solides polis.*

Contrairement à l'opinion extrêmement répandue, presque universelle, parmi les physiciens qui se sont voués aux études thermodynamiques, que le frottement des solides est inexplicable par l'action de forces centrales, fonctions de la seule distance des molécules deux à deux, j'ai montré que, dans le glissement de deux corps solides polis, une partie du travail moteur peut se convertir en force vive de mouvements moléculaires. Au point de vue de la *théorie mécanique* de la chaleur, c'est une conversion de travail en chaleur qui correspond à une résistance moyenne au mouvement lent subie par le corps que l'on déplace et transmise au corps fixe. La condition essentielle d'*accumulation* de l'énergie cinétique est que les molécules soient déplacées ou déviées de leur position d'équilibre stable jusqu'à une position d'équilibre *instable* — qui donne la limite de frottement au repos —

et que, sous l'influence du corps mobile, les molécules aient, au delà de la position d'équilibre instable, une nouvelle position d'équilibre stable, variable avec la position du corps mobile. Rien de tout cela n'est incompatible avec l'existence de forces centrales.

Une expérience banale de laboratoire montre bien les effets en question : Près d'un aimant M suspendu par un fil de torsion, on déplace *très lentement* un autre aimant A suivant un chemin quelconque, et on le ramène à sa position d'équilibre.

Deux phénomènes très différents peuvent se produire :

1° Lorsque l'aimant A reste toujours assez éloigné de l'aimant mobile M, ce dernier se dévie sans osciller sensiblement pendant le mouvement lent de A, et revient à sa position primitive en même temps que l'aimant A ; on observe une succession de positions d'équilibre parfaitement réversibles. C'est le seul cas auquel on songe quand on fait la comparaison avec la Thermodynamique ; aucun échange sensible d'énergie ne s'est produit entre les deux aimants.

2° Si le chemin de l'aimant A se rapproche beaucoup de l'aimant mobile M, tout peut être changé. L'aimant M suit d'abord l'aimant A, qui se rapproche ; la stabilité de ses positions d'équilibre croît d'abord, passe par un maximum et peut devenir nulle (c'est l'instabilité classique de la balance de Coulomb par attraction). Au moment où la stabilité de la position d'équilibre devient nulle, l'aimant M se précipite vers une nouvelle position d'équilibre stable plus ou moins éloignée de la première ; mais il ne s'y fixe pas en équilibre, il oscille autour d'elle, et, dans les déplacements successifs de cette seconde position d'équilibre stable, il conserve son énergie cinétique ; il la conserve jusqu'au retour de l'aimant A à la position initiale.

La conservation de cette énergie cinétique pendant la fin du cycle, l'addition des énergies cinétiques par la répétition du cycle et l'irréversibilité de la transformation s'établissent par des raisonnements un peu délicats, mais très généraux.

Il est permis d'en tirer une importante conclusion au sujet de la théorie mécanique du Monde physique et chimique :

Un système mécanique isolé, soumis à des déformations extérieures lentes, et que l'on peut croire réversibles tant qu'on n'examine pas la stabilité des états d'équilibre dont la succession constitue le cycle, devient le siège de modifications internes irréversibles dès que le cycle comprend des états instables.

La Mécanique rationnelle n'est pas, comme on le dit trop souvent, essentiellement réversible.

L'irréversibilité s'introduit en Mécanique rationnelle avec l'instabilité.

Cette proposition me paraît plus fondamentale encore aujourd'hui qu'il y a cinq ans, lorsque, après en avoir senti l'évidence depuis très longtemps, j'ai réussi à l'établir par l'étude d'un cas particulier.

Elle a ce corollaire :

L'irréversibilité, qui est le caractère presque universel des phénomènes naturels réalisés en un temps fini, n'est nullement une objection contre l'explication mécanique (Mécanique du XIX*e siècle, ou Mécanique plus générale que nous fait entrevoir l'Électromagnétisme) du monde physico-chimique. Partout où l'on introduit actuellement, pour aboutir à une théorie numérique, des viscosités ou des frottements, une analyse plus approfondie fera reconnaître et étudier des instabilités d'équilibre moléculaire.*

L'extrême difficulté de la théorie de ces instabilités rendra d'ailleurs très longtemps indispensable, selon toute vraisemblance, cette étape intermédiaire caractérisée par la notion globale de viscosité ou de frottement.

THÉORIE DES GAZ.

60. 1899. **Théorie de la diffusion des gaz sans paroi poreuse. Propagation du son dans les mélanges. — 62.** 1900. **Théorie moléculaire des gaz. Diffusion du mouvement et de l'énergie. — 64.** 1900. **La diffusion des gaz sans paroi poreuse dépend-elle de la concentration? — 72.** 1902-1904. **Boltzmann. Théorie cinétique des gaz. Préface et notes.**

Tous ces Mémoires se rapportent à la théorie de la diffusion de l'énergie de la matière et du mouvement, qui constitue le domaine propre de la théorie cinétique des gaz.

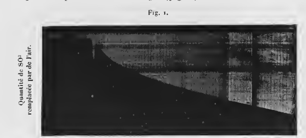
La diffusion des gaz, étudiée d'abord du point de vue statistique, par des raisonnements d'ailleurs peu satisfaisants, avait fourni à O.-E. Meyer des résultats tout à fait différents de ceux obtenus par Maxwell, au moyen d'une méthode dynamique d'une évidente correction. Des expériences entreprises sous la direction de M. Meyer, sans confirmer exactement ses vues, paraissaient en désaccord avec les résultats de Maxwell. Une discussion serrée de ces expériences m'a permis de montrer qu'elles sont au contraire en parfait accord avec la théorie de Maxwell.

Des expériences poursuivies pendant plusieurs mois m'ont permis d'enregistrer photographiquement la diffusion de l'acide carbonique et de l'acide sulfureux dans l'air. A la température de la salle, l'uniformité de pression dans chaque tranche horizontale est réalisée sans peine; les troubles au cours de la diffusion à l'air libre sont extrêmement minimes; j'ai pu enregistrer, par l'emploi du manomètre Tœpler, la diffusion de l'acide carbonique et celle de l'acide sulfureux à l'air libre, sans difficulté. Les petits accidents que l'on remarque sur la courbe (*fig.* 1) ont tous une cause connue et notée au moment même : fermeture brusque d'une porte à un étage inférieur; mouvements de l'opérateur dans la salle, etc.

En dehors de ces accidents irréguliers, on remarque sur la courbe un mouvement brusque et considérable au début de la diffusion. Il se produit, du côté du gaz le plus dense, une diminution de pression qui paraît brusque

et qui s'éteint en 5 ou 6 secondes, 10 au plus. Toutes les précautions dans le détail desquelles je ne peux pas entrer ici, tous les changements de montage de l'appareil n'ont rien changé au résultat. Le sens du résultat est celui qui correspond à l'inertie des gaz (*fig.* 1).

Fig. 1.



Sans entrer ici dans une discussion détaillée, je constate donc qu'une oscillation brusque de pression équivalente à 4^{cm} ou 5^{cm} de hauteur de gaz se produit au moment de la mise en contact de deux gaz dont la pression était la même, et cela malgré toute l'attention portée sur ce point particulier.

La difficulté de la discussion des expériences à notation discontinue tient à ce que les montages les plus parfaits laissent une indétermination de 4 ou 5 secondes dans l'origine du temps, par suite de ce petit trouble initial.

Appliquant les équations dynamiques de la diffusion à la propagation dans les mélanges, j'ai montré que la composition du mélange gazeux n'est pas théoriquement la même aux ventres qu'aux nœuds; mais la différence pratique est inappréciable pour les sons ordinaires.

Revenant au point de vue des principes, j'ai montré dans un autre Mémoire que les termes de viscosité dans les équations du mouvement, les termes de conductibilité et de viscosité dans l'équation de l'énergie sont loin d'être les seuls que la théorie cinétique fasse prévoir.

Dans un corps formé de molécules animées de mouvements individuels, dont aucun élément de volume ne conserve une composition moléculaire invariable, la séparation des phénomènes en mécaniques et thermiques est illusoire : je retrouve d'abord des termes thermiques introduits par Maxwell

en 1879 et qui expliquent les mouvements du radiomètre; des termes analogues en fonction de la densité, et d'autres dépendant des inégalités de la rotation élémentaire.

Ayant défini les pressions par les équations des quantités de mouvement, l'équation de l'énergie comprend non seulement le travail des forces extérieures, la force vive d'ensemble, les travaux des pressions, la conductibilité réglée par les inégalités de température, mais encore des échanges réglés par les inégalités d'accélération, de densité, et aussi par l'influence combinée du champ de force extérieure et de la vitesse de déformation d'un élément de volume, etc.

Il semble malheureusement difficile d'effectuer les intégrations nécessaires pour déterminer les coefficients de ces différents groupes de termes, en partant d'une loi d'action moléculaire vraisemblable, et j'ai dû me borner au travail d'énumération et de classement par des considérations de symétrie.

III. — THERMODYNAMIQUE.

THÉORIE DES DÉFORMATIONS PERMANENTES.

50. 1898. **69.** 1901. **La polarisation rotatoire magnétique et l'axiome de Clausius.**

M. M. Wien avait cru trouver dans la polarisation rotatoire magnétique une exception au deuxième principe de la Thermodynamique : une source chaude aurait pu recevoir de la chaleur d'une source froide. J'ai montré que cette conclusion tenait à un lapsus, M. Wien ayant négligé d'examiner ce que devient une partie du rayonnement de chacune des sources; en suivant, au contraire, le rayonnement complet des deux sources, tant réfléchi que transmis, la polarisation rotatoire magnétique rentre dans la règle.

35. 1893. **Compressibilité isotherme.**

L'allure des courbes de compressibilité isotherme des fluides suffit à indiquer, en dehors de toute théorie cinétique, que la pression peut être représentée par une fraction rationnelle à dénominateur du troisième degré en fonction du volume. C'est une formule un peu plus générale que celles de Van der Waals et de Clausius, mais du même type.

16. 1888. **Chaleur spécifique pour une transformation quelconque et thermodynamique. — 17.** 1888. **Sur un point de Thermodynamique. — 18.** 1889-1889. **Déformations permanentes et thermodynamiques.**

Dans tous les Traités de Thermodynamique, l'existence d'une équation d'*état* du corps étudié est admise sans explications, comme évidente.

Généralisant le cas particulier des gaz, on suppose que, pour toutes les déformations isotropes d'un corps quelconque, la pression, le volume et la température sont liés par une équation finie parfaitement déterminée.

On suppose aussi que la quantité élémentaire de chaleur à fournir pour une transformation élémentaire quelconque est une fonction linéaire et homogène des deux éléments différentiels qui restent indépendants, volume et température par exemple. Je montre dans le premier article que la quantité élémentaire de chaleur pourrait être une fonction homogène du premier degré quelconque, fractionnaire, irrationnelle ou même transcendante de dv et de $d\mathrm{T}$, tant qu'on ne fait pas intervenir en même temps le principe de l'équivalence.

Remarquant que l'existence des déformations permanentes des matières plastiques est un fait aussi certain et aussi important que leur absence dans les gaz, je conclus que pour ces corps il n'y a pas d'équation d'état finie. La pression et la température étant données, le volume spécifique peut avoir une valeur arbitraire dans de larges limites. On sait, par exemple, que la densité des métaux purs peut varier dans des limites étendues, suivant le traitement antérieur. En conséquence, aucune relation finie n'existe entre ces trois quantités; pour définir l'état actuel d'un corps, il faut donner la valeur des trois grandeurs, pression, température et volume spécifique. Je suppose que les valeurs actuelles de ces trois quantités définissent l'état du corps et que son histoire antérieure ne se manifeste que par l'indépendance de ces trois variables.

Cette idée, qui m'avait paru traduire immédiatement le fait d'observation vulgaire, n'a pas toujours été comprise; des objections de M. Duhem en particulier se réduisent à ceci que, si l'on conservait l'idée traditionnelle qu'il y a seulement deux variables indépendantes, il n'y en aurait pas trois.

J'admets, en outre, comme fait d'expérience, que les transformations élémentaires à partir de chaque état sont déterminées : coefficient de dilatation thermique, coefficient de compressibilité, chaleurs spécifiques, etc.

A l'ensemble d'une relation finie

$$f(p, v, \mathrm{T}) = 0$$

et d'une équation aux différentielles totales

$$d\mathrm{Q} = l\,dv + c\,d\mathrm{T}$$

que la Thermodynamique classique prend comme points de départ (c, l étant supposés fonctions de v, t, seuls), je substitue donc pour les corps à

déformations permanentes l'ensemble de deux équations différentielles

$$dp = \mathrm{F}\left(p, v, \mathrm{T}, \frac{\partial v}{\partial \mathrm{T}}\right) d\mathrm{T},$$
$$d\mathrm{Q} = \Phi\left(p, v, \mathrm{T}, \frac{\partial v}{\partial \mathrm{T}}\right) d\mathrm{T},$$

auxquelles, après quelques explications, je donne, pour en pousser l'examen plus loin, la forme d'équations linéaires aux différentielles totales

$$dp = f(p, v, \mathrm{T})\, dv + g(p, v, \mathrm{T})\, d\mathrm{T},$$
$$d\mathrm{Q} = \varphi(p, v, \mathrm{T})\, dv + \psi(p, v, \mathrm{T})\, d\mathrm{T},$$

qui sont compatibles avec des déformations *permanentes, réversibles.*

J'établis ensuite que le principe de l'équivalence a encore pour conséquence l'existence d'une énergie $\mathrm{U}(p, v, \mathrm{T})$; et que l'axiome de Clausius sur l'impossibilité du passage spontané de la chaleur d'un corps froid à un corps chaud a pour conséquence l'existence de deux entropies $\mathrm{R}(p, v, \mathrm{T})$ et $\mathrm{S}(p, v, \mathrm{T})$, telles que

$$d\mathrm{Q} = \mathrm{TR}\, d\mathrm{S}.$$

Les raisonnements sont rendus fort délicats, parce que le cycle de Carnot, fermé, se compose alors de trois isothermes et de trois adiabatiques.

Considérant enfin un cycle de Carnot formé de deux isothermes et de quatre adiabatiques, je montre que les deux fonctions R et S ne sont pas indépendantes. On peut donc encore définir *une entropie* S et mettre la quantité de chaleur sous la forme

$$d\mathrm{Q} = \mathrm{T}\, d\mathrm{S} = \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial p} dp + \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial v} dv + \mathrm{T}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \mathrm{T}} d\mathrm{T}.$$

L'équation de déformation est

$$\left(\mathrm{JT}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial p} - \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial p}\right) dp + \left(\mathrm{JT}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial v} - \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial v} - p\right) dv + \left(\mathrm{JT}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial \mathrm{T}} - \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial \mathrm{T}}\right) d\mathrm{T} = 0.$$

Les deux chaleurs spécifiques sont données par

$$\mathrm{C}_v = \frac{\mathrm{T}\left(\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial v}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial p} - \frac{\partial \mathrm{S}}{\partial p}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial v} - p\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial p}\right)}{\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial p} - \mathrm{JT}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial p}},$$

$$\mathrm{C}_p = \frac{-\mathrm{T}\left(\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial v}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial p} - \frac{\partial \mathrm{S}}{\partial p}\frac{\partial \mathrm{U}}{\partial v} - p\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial p}\right)}{p + \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial v} - \mathrm{JT}\frac{\partial \mathrm{S}}{\partial v}}.$$

J désigne l'équivalent mécanique de la chaleur.

A cette époque, la réversibilité élémentaire me paraissait acceptable, et j'étais porté à attribuer l'irréversibilité élémentaire dans la plupart des cas à des défauts d'homogénéité de la transformation (expériences industrielles) et à la conductibilité pour la chaleur. Je reste convaincu, par des expériences restées inédites, que dans bien des cas la conductibilité pour la chaleur joue un rôle plus grand qu'on ne le pense en général, surtout pour les déplacements du zéro des thermomètres. Néanmoins, il a été mis hors de doute depuis lors par de nombreuses observations que les transformations élémentaires cessent d'être réversibles précisément quand les déformations permanentes finies se manifestent.

Il y aurait donc intérêt à reprendre l'étude précédente en prenant pour point de départ une équation de transformation élémentaire non réversible, par exemple celle que je proposais dès cette époque :

$$dv = a\,dp + b\,dT + \sqrt{A^2\,dp^2 + B^2\,dT^2 + 2\,C\,dp\,dT},$$

a, b, A, B, C étant des fonctions de p, v et T, le radical étant toujours pris positivement. Cette équation ne donnerait de transformations réversibles que celles qui annulent le radical, s'il y en a, ce qui dépend du signe du coefficient C. Si ce coefficient, fonction de p, v, T comme tous les autres, est négatif dans de certaines limites de variation de p, v, T, les variations possibles, irréversibles en général dans ce domaine, sont limitées par deux valeurs extrêmes de $\frac{\partial p}{\partial T}$ pour lesquelles la variation est réversible. De part et d'autre de ces valeurs extrêmes de $\frac{\partial p}{\partial T}$, les variations sont impossibles. Hors de ce domaine, c'est-à-dire partout où C est positif, toutes les variations sont possibles, mais irréversibles. Ce simple aperçu suffit pour montrer toute la souplesse et la puissance représentative de phénomènes irréversibles variés que donne l'emploi d'une équation *d'état* aux différentielles totales, substituée à l'équation finie qui est inapplicable aux déformations permanentes.

Toutefois, le caractère analytique de ce mode de représentation, la difficulté d'en trouver une représentation mécanique au moyen d'actions moléculaires qui semblent imposer une forme finie à l'équation d'état, le rôle évident à mes yeux de l'instabilité dans l'irréversibilité, m'ont conduit à attaquer la théorie des mêmes phénomènes par un autre côté.

Dans un Mémoire précédent (n° **15**), j'avais eu l'occasion de remarquer que, dans la théorie ordinaire de l'élasticité, *la connaissance des forces*

élastiques n'équivaut pas à celle des déformations; soit qu'on parte du point de vue moléculaire, soit qu'on se place plutôt au point de vue expérimental, le fait primordial est le suivant : *les forces qui correspondent à une déformation sont entièrement déterminées par celle-ci,* mais la réciproque n'est pas vraie; *la déformation qui correspond à un certain ensemble de forces agissant sur le corps peut n'être pas entièrement déterminée.*

La déformation constitue bien la véritable variable indépendante; ses six composantes, dilatations et glissements, sont bien réellement arbitraires dans tous les corps que nous connaissons. Au contraire, nous connaissons au moins un type de corps, les fluides, pour lesquels les six composantes des forces élastiques se réduisent à une pression toujours normale, et, corrélativement, le volume seul est défini par cette pression, mais deux des dilatations linéaires et les trois glissements restent non déterminés par la force.

Y a-t-il d'autres cas d'indétermination? Comment se classent-ils? C'est ce que j'ai examiné dans le Mémoire suivant :

21. 1890. **Principes généraux d'une théorie élastique de la plasticité et de la fragilité des corps solides.**

En supposant, comme dans la théorie ordinaire de l'élasticité, que les forces élastiques sont liées aux déformations par des relations linéaires, on met facilement en évidence des cas d'indétermination, qui ont, comme on va le voir, une importance physique considérable; ils correspondent, en effet, à des états instables, qui ont pour conséquence la rupture ou l'écoulement du corps.

Il y a des corps incapables d'exercer sur d'autres certaines actions élastiques, et, par suite, de subir les réactions correspondantes. Si l'on réussit à donner aux divers points de ces corps un système de déplacements et de vitesses initiales qui, pour rester fini, exigerait le développement de pareilles forces, ces corps coulent ou se séparent. Ils *coulent,* comme les liquides ou les gaz, lorsque aucune déformation ne fait naître de force élastique tangente à la surface; les glissements sont alors indéterminés. Ils *se rompent* lorsque c'est la densité qui devient indéterminée et peut diminuer indéfiniment.

Lorsqu'une déformation particulière ne fait naître aucune réaction élastique dans un corps, l'équilibre du corps est indifférent ou instable

pour cette déformation, suivant qu'elle est produite dans le corps sans vitesses ou avec vitesses initiales. Si cette déformation particulière ne produit pas de variation de densité, elle s'accroît sans rupture. Si cette déformation particulière produit une variation de densité, elle entraîne rapidement la rupture dans les régions où la dilatation cubique est la plus grande.

Un corps *fragile* est un corps dont de faibles déformations préalables altèrent assez l'élasticité pour rendre instables les variations de densité, en rendant nuls, puis négatifs, les accroissements de tension correspondant à une diminution de densité.

Un corps *plastique* est un corps dont de faibles déformations préalables altèrent assez l'élasticité pour rendre instable un glissement sans variation de densité, en rendant nul, puis négatif, l'accroissement de force tangentielle résultant de ce glissement.

Ces énoncés sont relatifs à un corps pris en masse limitée et soumis à des forces élastiques variables avec la direction, mais uniformes dans toute l'étendue du corps.

La condition d'instabilité obtenue par l'indétermination des déformations est aussi celle à laquelle conduit l'existence d'un mouvement vibratoire de période infinie ou imaginaire. Pour un corps indéfini, ou pour un corps limité soumis à une action déformatrice localisée en un point, la condition est plus simple et ne dépend que des équations du mouvement interne. La condition d'instabilité est alors que la surface des vitesses normales des ondes passe par son propre centre; il y a rupture lorsque l'onde plane, dont la vitesse de propagation est nulle, est accompagnée de variations de densité. Telle est la condition qu'il faut appliquer quand la rupture est produite par le choc d'une pointe ou d'une lame de couteau, en particulier dans le cas du clivage des cristaux.

Dans toutes ces recherches je ne suis point remonté à la source des forces élastiques, aux forces moléculaires elles-mêmes. Ce qu'on appelle, dans la théorie de l'élasticité, la théorie moléculaire pure, est insoutenable; elle doit être complétée. Cette théorie conduit, comme on sait, à un rapport fixe entre le coefficient d'élasticité de glissement et le coefficient de compressibilité; et l'expérience montre que ce rapport est variable avec la température.

Bien plus, la fixité de ce rapport a pour conséquence l'impossibilité de l'état liquide, et cette remarque montre quelles précautions l'on doit ap-

porter dans l'exposition des théories capillaires, fondées, comme celles de Laplace et de Gauss, sur l'hypothèse moléculaire pure. La théorie moléculaire doit être corrigée dans le sens indiqué par la théorie cinétique des gaz. Il ne faut plus regarder les molécules comme immobiles dans l'état d'équilibre, ni comme obéissant exclusivement aux déplacements d'ensemble que définissent les équations de l'élasticité, mais comme animées de mouvements indépendants, d'amplitude petite dans les vrais corps solides, suffisante néanmoins pour que les actions mutuelles moyennes soient un peu modifiées. Il faut aussi renoncer à l'idée tout à fait extraordinaire de la plupart des élasticiens de constituer les cristaux les plus dissymétriques par un assemblage de molécules isotropes. On rend ainsi à l'énergie la forme la plus générale compatible avec la symétrie. Dans les liquides, ces mouvements de progression, que montre d'ailleurs suffisamment la diffusion, seront assez rapides et assez étendus pour rétablir instantanément l'isotropie troublée et justifier ainsi le mode de calcul de Laplace et de Gauss.

Sous l'influence des fortes pressions, ces mouvements pourront cesser d'avoir même amplitude en tous sens, et si, dans une direction, le mouvement d'oscillation fait place à un mouvement de progression, le solide pourra couler dans ce sens sans se rompre, prendre une déformation considérable, et la conserver, si le refroidissement ou la suppression des forces extérieures arrête le mouvement de progression moléculaire et le ramène à un mouvement d'oscillation sur place. Tel est, sans entrer dans plus de détails, le mécanisme par lequel seraient produites, outre les déformations progressives très lentes, les variations des coefficients d'élasticité et les indéterminations que j'ai acceptées comme point de départ, et dont j'ai cherché à montrer les conséquences.

Restant dans le cas le plus simple, celui des corps isotropes, le passage de l'état solide à l'état liquide, *la fusion*, mérite de retenir l'attention.

53. 1898. **Théorie de la fusion complète et de la fusion pâteuse.**

La fusion est un phénomène profondément différent de la vaporisation. Dans le passage de l'état liquide à l'état de vapeur, le corps reste fluide; son élasticité ne change pas de nature : les forces tangentielles sont et restent nulles, dans l'état d'équilibre; le volume et la compressibilité subissent seuls une variation brusque. Dans le passage de l'état solide à l'état fluide, deux phénomènes sont superposés, dont un seul est assimilable à la vapori-

sation; en même temps que le volume et la compressibilité eubique ehangent brusquement, la rigidité du solide, qui avait une valeur finie, devient nulle dans le fluide; aucune aetion tangentielle n'y est plus possible. Par ce caractère la fusion ressemble au changement de symétrie eristallographique des eorps polymorphes, changement qui peut être ou n'être pas accompagné d'un ehangement de densité, mais qui est caraetérisé par un ehangement dans le nombre des eoeffieients d'élastieité indispensables. A ce titre l'étude de la fusion est un ehapitre préliminaire de l'étude du polymorphisme.

J'appelle *fusion simple* le phénomène allotropiquc du passage de l'état solide à l'état fluide sans ehangement de densité ni absorption de ehaleur. C'est le phénomène qui se produit seul pour les très nombreux corps qui passent par un état pâteux ou mou. Comme le phénomène n'est accompagné d'aucune absorption de ehaleur notable, il ne règle pas lui-même sa température. La variation de la rigidité est continue, et les parties fluides, au volume et à la température desquelles eorrespond une rigidité négative petite, ne sont que faiblement douées de la mobilité indépendante et de l'autodiffusibilité des fluides. Inversement, par abaissement de température, la stabilité de l'état solide est d'abord faible; les forces qui règlent la distribution de la matière à l'état solide n'ayant qu'une faible intensité, n'assurent nullement l'homogénéité géométrique et les moindres actions extérieures suffisent à produire des modifications notables qui ne se régularisent qu'avec une extrême lenteur. La diffusion apparaît ainsi eomme corrélative de eette idée importante que la rigidité de toute assoeiation moléculaire dans l'état fluide serait, si l'on immobilisait les molécules, non pas nulle, mais *négative*.

Au eontraire, lorsque la loi de eompressibilité isotrope du corps a une allure analogue à eelle des fluides au-dessous du point critique, deux densités stables eorrespondent à une même pression, et un changement brusque de volume se produit sous pression et température constantes; il y a un *point de transformation* bien défini sous chaque pression. Pour que ce point soit un *point de fusion, il faut que la rigidité devienne nulle à cette température, pour une densité intermédiaire entre les extrêmes.*

L'étude théorique de la fusion et de ses variétés exige done le traeé dans le plan vT des courbes d'égale pression *et de la courbe de rigidité nulle.* J'étudie ensuite les variétés de fusion qui eorrespondent aux diverses positions relatives de ces eourbes.

55. 1898. Théorie des déformations permanentes des métaux industriels.

J'avais entrepris pendant les vacances de 1890 le travail assez considérable et délicat du classement des indéterminations dont j'ai parlé plus haut, pour un corps solide anisotrope quelconque, et obtenu quelques résultats intéressants au sujet de la coordination des plans de clivage possibles suivant la symétrie; mais ayant été chargé, à la rentrée, de l'enseignement de la Météorologie à l'Institut agronomique, ma curiosité fut rappelée vers les questions de dynamique de l'atmosphère, si passionnantes et si difficiles, dont je parlerai plus loin, et ce classement, inachevé quoique très avancé, est resté inédit. Lorsque la publication d'une partie de mes recherches sur la dynamique de l'atmosphère me permit de revenir à la théorie des déformations des métaux, les progrès de la Micrographie avaient montré toute l'importance de la structure interne du métal, et je fus naturellement conduit à reprendre le problème de ce côté, en étudiant les retards de déformation que peut produire la viscosité d'un ciment reliant des briques élastiques.

Dans le premier et le second Mémoires j'ai étudié les conséquences de l'hypothèse sans préciser davantage la structure, ce qui laisse une fonction indéterminée dans la loi théorique. J'ai déterminé cette fonction pour une forme particulière de joints dans le troisième Mémoire.

La superposition des effets dus à l'écoulement du ciment visqueux et à l'élasticité des cristaux encastrés, conduit, pour une déformation homogène quelconque, au résultat suivant :

La déformation actuelle δx *dépend de la force actuelle* X *et de l'impulsion totale* $\mathrm{I}\left(\int_0^t \mathrm{X}\,dt\right)$. *L'accroissement* $\frac{d(\delta x)}{d\mathrm{X}}$ *peut prendre, pour la même déformation* δx *et la même force* X, *une infinité de valeurs différentes, qu'on obtient en changeant soit la vitesse de déformation* $\frac{d\,\delta x}{dt}$, *soit l'impulsion* I, *par des arrêts prolongés sous charges positives ou négatives, ou par des chocs. Ce caractère bien connu n'avait encore été rencontré dans aucune théorie.*

L'influence du ciment visqueux se traduit par un terme Φ qui dépend de

l'impulsion totale I subie depuis l'origine des déformations et de l'état initial. Je montre facilement que, même dans un métal d'une remarquable pureté, ce ciment visqueux peut jouer un rôle considérable.

Dans l'étude expérimentale d'un tel métal il faut absolument éviter les chocs; la durée des arrêts sous charge doit être strictement définie.

Ce métal peut être ramené à son état initial par des oscillations cycliques convenables, telles que les définit la règle suivante :

Pour ramener le corps à l'état initial après lui avoir communiqué une impulsion totale I, *il faut le faire osciller librement une fois à partir de la force maximum* $\frac{-2\pi}{T}I$, *ou n fois à partir de la force* $\frac{-2\pi}{T}\frac{1}{n}$, *en laissant chaque fois les oscillations s'amortir d'elles-mêmes.*

On peut obtenir le même résultat par des chocs mesurés, dont l'impulsion totale soit égale et de signe contraire à l'impulsion communiquée antérieurement au corps.

L'accroissement et la réduction de l'impulsion totale correspondent à ce qu'on appelle, en langage technique, *écrouissage* et *recuit*.

La loi proposée pour les déformations homogènes peut être mise sous deux formes équivalentes :

$$\text{(I)} \qquad x = kX + \Phi\left(\int_0^t X\,dt - A\right) - \Phi(A),$$

$$\text{(II)} \qquad \int_0^t X\,dt = F[x - kX + \Phi(A)] + A,$$

en désignant par X la force actuelle, x la déformation actuelle et A la constante qui définit l'écrouissage ou le recuit initial. Les fonctions Φ et F sont entièrement définies par la forme et la grandeur du réseau visqueux. La fonction Φ reste comprise entre deux limites qu'elle atteint asymptotiquement, et qui correspondent aux deux modes d'écrouissage opposés qui se produisent lorsque l'une ou l'autre des familles de joints longitudinaux ou transverses est complètement écrasée.

Différentiant, on obtient :

$$\text{(I)}' \qquad dx = k\,dX + \Phi'\left(\int_0^t X\,dt - A\right)X\,dt,$$

$$\text{(II)}' \qquad X\,dt = F'[x - kX + \Phi(A)](dx - k\,dX).$$

Sous la forme (II)', on voit qu'on peut définir la variation de forme au

moyen de l'état actuel et de la variation du temps. On a ainsi

$$(\text{II})'' \qquad dx = k\,d\mathrm{X} + \frac{\mathrm{X}}{\mathrm{F}'[x - k\mathrm{X} + \Phi(\mathrm{A})]}\,dt.$$

Indiquons quelques conséquences de ces formules :

Le coefficient d'élasticité est défini par la variation brusque de la déformation produite sans choc. C'est la valeur initiale *de la diminution ou de l'accroissement de déformation qu'il faut déterminer lorsqu'on veut mesurer le coefficient d'élasticité du métal.*

Cette définition est précisément celle à laquelle se sont trouvés conduits, par la discussion de leurs observations, les expérimentateurs qui ont étudié les métaux; c'est l'opposé de celle à laquelle conduirait la théorie des retards d'élasticité.

La détermination de la valeur initiale de la déformation n'est facile que si la fonction Φ varie très lentement; *il faut donc préparer le fil en le soumettant pendant longtemps à un effort considérable, de manière à accumuler une grande impulsion totale* I. On reconnaît la technique de tous ceux qui ont obtenu des résultats réguliers par les méthodes statiques, et en particulier de M. Tomlinson, qui préparait ses fils, pour la mesure du module d'Young, en les laissant pendant plusieurs jours sous charge égale à moitié ou aux deux tiers de la charge de rupture (*Ph. Tr.*, 1883).

Et, en fait, les valeurs *initiales* que fournissent les expériences de M. Tomlinson concordent quatre fois mieux que les valeurs moyennes qu'il a proposées.

Plusieurs caractères importants observés par M. Bouasse, dans des expériences d'une technique irréprochable, sont ainsi fournis par la théorie proposée, en particulier ceux relatifs à la définition de la mollesse des fils, ainsi qu'à la forme des cycles parcourus avec arrêts sous forme constante (*figures théoriques* 2 et 3).

De même cette règle qu'illustre la figure théorique 4 :

Lorsqu'un fil a été écroui par l'action prolongée d'une force donnée X, *ses déformations sous l'action rapide de forces comprises entre* o *et* X *sont sensiblement élastiques et réversibles; il revient sensiblement aux points* x, X; *mais si l'on dépasse la force* X, *avec la même vitesse de déformation que dans l'expérience d'écrouissage, la courbe s'infléchit très vite et continue sensiblement la courbe antérieure à la boucle.*

Le transport théorique des cycles de petite dimension (*fig.* 5 et 6), leur forme théorique (*fig.* 7) ne sont pas moins conformes à l'observation, sans parler de maints détails qu'il serait trop long de rapporter ici.

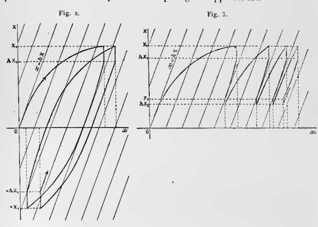


Fig. 2. Fig. 3.

La recherche de la fonction Φ de l'impulsion totale $\left(\int X\,dt\right)$ due aux

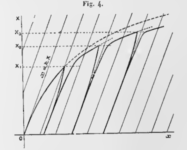


Fig. 4.

joints visqueux est abordée seulement dans un cas très particulier et sous

certaines restrictions dans le troisième Mémoire, et elle reste encore singulièrement difficile. Mais elle a bien l'allure générale qui lui a été attribuée dans la discussion précédente.

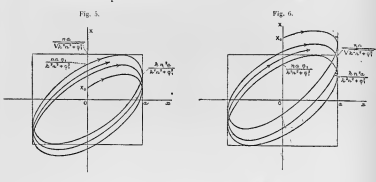
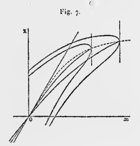


Fig. 5. Fig. 6.

La partie la plus importante de la discussion est relative au rôle de la surface libre. Le fait que les joints aboutissent à cette surface, que sous compression le ciment peut former bourrelet et sous traction se résorber au contraire, est analysé en détail dans ses conséquences. L'écoulement du

Fig. 7.



ciment depuis la profondeur jusqu'à la surface a pour conséquence l'impossibilité d'une répartition uniforme des pressions intérieures sous déformation uniforme.

Une dilatation longitudinale uniforme à toute profondeur donne naissance à des tensions qui ne sont pas réparties uniformément dans une même section transversale.

Cette distribution non uniforme des tractions est en relation évidente avec le phénomène de l'étranglement ou *striction* des tiges à la traction, et de l'écrasement en barillet par compression. Mais la difficulté théorique qui résulte des changements d'orientation et de la transformation des joints plats en joints prismatiques m'a fait ajourner l'étude inverse de la déformation sous forces données.

Je me bornerai seulement à constater que la tendance à l'uniformité et à l'homogénéité, que l'on regarde souvent comme une sorte de loi naturelle pouvant servir de point de départ à des considérations tout à fait générales, est complètement fausse avec cette structure. C'est la tendance inverse qui est alors la tendance naturelle, conformément à l'observation.

IV. — ÉLASTICITÉ.

15. 1887. **Essai sur les lois d'élasticité d'un milieu capable de transmettre des actions en raison inverse du carré de la distance.**

Dans un milieu *élastique* isotrope, où les forces élastiques sont entièrement définies par la déformation et indépendantes de la rotation élémentaire, l'énergie E est fonction des trois invariants de la déformation, ce qui permet de former les expressions des forces élastiques, — non linéaires. Lorsque ces forces élastiques sont les pressions de Maxwell, exprimées au moyen des composantes de la force électrique, l'élimination des trois composantes de la force électrique entre les six pressions conduit à trois équations du premier ordre et du deuxième degré entre les dérivées de l'énergie par rapport aux trois invariants, et ceux-ci. L'intégration de ces équations montre que l'énergie est une fonction quelconque de l'excès d'une des dilatations principales D_1 sur les deux autres $D_2 + D_3$; les actions transmises sont en raison inverse du carré de la distance; la force du champ est dirigée suivant la dilatation principale privilégiée D_1 (p. 230).

Mais si l'on veut en outre que l'énergie ait en fonction du champ l'expression adoptée par Maxwell, on aboutit à la conclusion que le carré de la force électrique est proportionnel à $e^{D_1 - D_2 - D_3}$. L'impossibilité d'une telle expression, qui donne une déformation infinie lorsque le champ est nul, montre que la représentation du champ électrique au moyen des actions élastiques d'un milieu indifférent aux rotations est impossible.

24. 1891. **Sur le degré de complexité des molécules gazeuses.** — **33.** 1893. **Vibrations propres d'un milieu indéfiniment étendu extérieurement à un corps solide.** — **36.** 1893. **Déformation produite dans un milieu isotrope indéfini par le déplacement d'une sphère solide.** — **37.** 1894. **Mouvements émis par une sphère en mouvement dans un milieu élastique indéfini. Réaction du milieu sur la sphère.** — **38.** 1894. **Mouvements d'une sphère dans une atmosphère gazeuse; vibrations propres de l'espace extérieur.**

Dans ces divers Mémoires j'ai traité, par les méthodes ordinaires de la théorie de l'élasticité, divers problèmes de mouvement des sphères dans un milieu élastique, avec conditions à la surface variées, en vue de préciser quelques-unes des relations de dimension entre les molécules et les propriétés optiques des corps.

Le résultat le plus intéressant est relatif aux vibrations propres de l'espace indéfini extérieur à une sphère solide. Il semble, en effet, que la notion de vibrations propres soit inséparable de celle d'espace limité en tous sens. J'ai montré qu'il n'en est rien.

Si un corps fini est plongé dans un milieu élastique en repos, et si l'on déforme arbitrairement la surface du corps, on fait naître dans le milieu des ondes d'*émission* pure. Si on laisse ensuite indéfiniment en repos la surface du corps, l'espace compris entre la surface immobile du corps et le front arrière de l'onde troublée, lequel s'éloigne du corps avec une vitesse uniforme, reste le siège de mouvements qui s'éteignent progressivement. Ces mouvements résultent de la superposition d'une infinité d'ondes amorties, de période et d'amortissement déterminés exclusivement par la forme du corps immergé, l'amplitude relative seule dépendant des déformations initiales.

On peut rapprocher cette infinité d'ondes du très grand nombre de raies spectrales d'une même molécule, et remarquer qu'une constitution très simple de la molécule est compatible avec une infinité de raies, dont le classement en familles apparaît tout naturellement. Une difficulté subsiste pourtant : l'amortissement de toutes ces ondes est énorme, leur période très courte. Avec une molécule de propriétés élastiques très différentes de celles du milieu qui l'entoure, on ne trouverait ainsi que des radiations plus analogues aux rayons Röntgen qu'à la lumière. Mais il est facile de montrer qu'il suffit de supposer la matière de la molécule très peu différen-

ciée par rapport au milieu pour allonger autant qu'on le veut les périodes et réduire les amortissements. En outre, les résultats généraux que je signale plus loin pour les vibrations électriques des ellipsoïdes sont également applicables ici.

Néanmoins, les transformations que nos connaissances ont subies en électricité ouvrent, sur la constitution des atomes et des molécules, des vues qui font paraître ces essais bien timides et permettront, sans nul doute, d'avancer beaucoup plus vite, beaucoup plus loin, en adoptant sans hésitation la constitution corpusculaire des molécules, et en en examinant toutes les conséquences.

Un autre résultat intéressant se rapporte aux relations entre les déplacements d'une sphère solide animée de mouvements de petite amplitude et les réactions qu'elle subit de la part du milieu élastique ou gyrostatique qui l'entoure, suivant que la surface est polie et permet les glissements, ou qu'elle est encastrée, ou enfin que les mouvements lents ne rencontrent pas de résistance. Citons seulement les résultats les plus simples, relatifs à la sphère polie dans un milieu gyrostatique (problème analytique identique au problème électromagnétique). La résistance X est liée au déplacement x du centre, par l'équation

$$\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + \frac{2\Omega}{r_0}\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{2\Omega^2}{r_0^2} X = -\frac{M\Omega}{r_0}\left(\frac{\partial^3 x}{\partial t^3} + \frac{\Omega}{r_0}\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right);$$

r_0, rayon de la sphère;
M, masse d'un volume d'éther égal au volume de la sphère;
Ω, vitesse des ondes transversales dans l'éther.

On voit combien cette relation diffère des relations simples admises sans démonstration au début de diverses théories de la dispersion.

La relation est plus compliquée encore pour l'éther élastique et la sphère encastrée.

V. — ÉLECTRICITÉ THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

2. 1880. **Intégration des équations différentielles auxquelles conduit l'étude des phénomènes d'induction dans les circuits dérivés. — 3.** 1881. **Partage des courants instantanés. — 4.** 1881. **Établissement des courants électriques dans un système quelconque de fils conducteurs immobiles. — 6.** 1882. **Traduction du Mémoire de Maxwell sur les courants entretenus par le travail, et Note. — 7.** 1882. **Comparaison des coefficients d'induction. — 8.** 1883. **Méthodes de détermination de l'ohm. — 10.** 1884. **Durée d'oscillation d'un système magnétique.**

Dans ce premier groupe de recherches, mettant à profit les connaissances relatives aux courants variables dues à l'enseignement de M. Mascart au Collège de France, j'ai montré d'abord (2) qu'un ensemble de circuits ne comprenant que des piles, des résistances et des bobines d'induction, ne peut donner naissance à aucun courant périodique même amorti, et tend vers un état permanent par des états purement exponentiels. L'apparition d'états périodiques exige la présence de capacités.

Étudiant et modifiant certaines méthodes de comparaison des coefficients d'induction (6), j'ai montré, par une étude expérimentale approfondie, quelle précision limite on peut obtenir et à quelles conditions. En particulier, j'ai mis en évidence par des expériences variées le rôle perturbateur de la très petite capacité des fils repliés sur eux-mêmes comme on les emploie dans la construction des boîtes de résistance, et donné les moyens de l'éliminer. Par suite de la vulgarisation de la théorie de l'induction, ces résultats sont néanmoins publiés comme nouveaux tous les 4 ou 5 ans par de jeunes ingénieurs.

C'est sous l'impression exagérée du rôle de ces capacités résultant de l'enroulement du fil que j'ai fait, à une méthode de mesure de l'ohm proposée par M. Lippmann, des objections justes en principe, mais pratiquement sans importance numérique.

Convaincu de l'utilité de varier les méthodes de détermination des étalons fondamentaux, j'ai proposé d'employer pour l'ohm des courants sinusoïdaux parcourant un pont de Wheatstone dont l'équilibre serait constaté par l'électrodynamomètre, mettant en jeu des inductions mutuelles seules calculables avec précision. La difficulté de produire des courants exactement sinusoïdaux d'intensité suffisante, la médiocrité des ressources du laboratoire de Dijon où j'étais alors, et surtout mon passage de Dijon à Toulouse, m'ont empêché de mettre ces méthodes en œuvre. Une partie du travail préliminaire n'a pourtant pas été perdue ; on trouvera plus loin l'indication d'une méthode optique d'une extrême sensibilité que j'avais imaginée pour constater l'équilibre de l'électrodynamomètre, et qui, complétée, m'a servi à faire depuis quatre ans des mesures d'ellipticité du géoïde local en divers endroits. C'est à cette occasion aussi que j'ai défini les meilleures proportions à donner au miroir et aux aimants d'un système magnétique mobile pour avoir le maximum de sensibilité aux impulsions.

23. 1891. La photographie des objets à très grande distance par l'intermédiaire du courant électrique.

Je substitue au problème de la vision à distance le problème abordable de la photographie à très grande distance, et je décris un mécanisme entièrement réalisable permettant de transmettre par le courant électrique des images modelées, grâce à une disposition particulière du récepteur.

45. 1897. Théorie d'un alternateur auto-excitateur.

Dans cet Article je montre que la théorie des équations différentielles linéaires à coefficients périodiques conduit à un mode de calcul numérique, d'une application très facile, des périodes, des amortissements ou des accroissements exponentiels des courants qui peuvent prendre naissance dans une machine comprenant des résistances, des bobines d'induction fixes sans fer et un condensateur à capacité variable périodiquement par rotation.

Des Tableaux numériques étendus donnent à la fois un modèle de disposition des calculs et, pour l'exemple traité, les caractères du courant produit à chaque allure, et en particulier les limites d'auto-excitation.

70. 1902. **Champ électrostatique permanent et variable d'une bobine parcourue par un courant électrique. — 71.** 1902. **Influence réciproque de deux oscillateurs voisins. — 75.** 1903. **Influence réciproque de deux oscillateurs voisins; caractère particulier des discontinuités. — 73.** 1903. **Propagation dans les milieux conducteurs. Sources. — 76.** 1904. **Leçons sur la propagation de l'électricité. Histoire et théorie.**

Devenu Professeur de Physique mathématique au Collège de France en 1900, j'ai, depuis lors, consacré la plupart de mes Leçons à l'exposé des prodigieuses transformations que subissent, depuis peu d'années, toutes les notions fondamentales en Électricité. Ce premier Volume n'est qu'une sorte de récapitulation historique, qui ne fait pourtant double emploi avec aucun autre Ouvrage, par le soin que j'ai apporté à montrer les raisons profondes et persistantes des changements successifs de point de vue, et à laisser de côté toutes les hypothèses superflues ou extérieures introduites par les auteurs originaux dans leur exposition primitive.

En cours de route, j'ai dû combler quelques lacunes, rectifier quelques notions admises. Ainsi (n°s 70-73), les relations généralement admises, et sur lesquelles sont fondées plusieurs méthodes expérimentales, entre la puissance des couches doubles et la différence de potentiel au contact, supposent essentiellement l'égalité de pouvoir inducteur spécifique des deux milieux contigus. Lorsque ces deux milieux ont des pouvoirs inducteurs spécifiques très différents, comme il arrive pour les dissolutions en contact avec un métal, on ne peut plus énoncer aucune relation précise entre la différence de potentiel au contact et la puissance de la couche double, en particulier, rien ne justifie plus la méthode « d'extension » de la surface de contact pour la constatation de la continuité du potentiel.

Quoiqu'il eût dû être posé depuis plus de 50 ans, le problème du champ électrostatique permanent, extérieur à un circuit parcouru par un courant constant ou très lentement variable, n'avait été l'objet d'aucun travail théorique ou expérimental, et la solution que j'ai pu en donner (n° 64) dans quelques cas très particuliers a montré l'inexactitude de l'idée que s'en faisaient les physiciens; car Poynting a tracé, dans son admirable Mémoire sur le vecteur radiant, et tout le monde a reproduit, des graphiques schématiques dont certains caractères sont grossièrement faux.

Dans les Chapitres relatifs au champ des excitateurs de Hertz (malheu-

reusement entachés de plusieurs fautes d'impression dans les formules), j'ai précisé l'influence du mode d'excitation sur la formation du front de l'onde, et donné sur le mode de propagation de ce front des indications auxquelles j'aurais d'ailleurs aujourd'hui quelques compléments à ajouter, même après le travail récent de M. Love sur ce même sujet.

Le dernier et le plus long Chapitre, sur les oscillations des ellipsoïdes de révolution conducteurs, m'a conduit par une voie différente à des résultats en accord avec ceux que M. M. Abraham avait obtenus auparavant, et à quelques résultats nouveaux. L'équation qu'on est conduit à intégrer

$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial s^2} = \left(\theta^2 + \frac{\mathfrak{N}_n}{s^2 - 1}\right) U_n$$

présente ce caractère particulier que les *deux* constantes imaginaires θ^2 et $\mathfrak{N}_n$ doivent être déterminées par les conditions aux limites. Lorsque le milieu extérieur est indéfini et l'ellipsoïde complet, les conditions sur l'axe de révolution déterminent $\mathfrak{N}_n$ en fonction de θ^2. J'ai fait calculer les premiers coefficients des intégrales utiles développées en série double de θ^2 et de s, jusqu'à $n = 10$, ce qui permet l'utilisation des formules théoriques pour les ellipsoïdes différents de la sphère et de la tige limitée. Ces coefficients sont réunis dans des Tables numériques à la fin du Volume.

J'insisterai sur quelques caractères généraux des résultats, qui sont évidemment applicables à d'autres corps qu'aux ellipsoïdes.

Autour de la ligne des foyers il y a, dans l'espace, une infinité d'ellipsoïdes homofocaux dont la forme peut différer aussi peu que l'on veut de la forme sphérique, et qui ont néanmoins une série harmonique de vibrations de même période que la ligne des foyers.

La longueur d'onde d'une quelconque de ces vibrations particulières, étant une fraction définie du double de la distance des foyers, peut être une très petite fraction de la longueur de la méridienne de ces ellipsoïdes quand ceux-ci diffèrent très peu de la sphère. Comme l'onde électrique court d'un bout à l'autre de l'ellipsoïde normalement à sa surface, on aurait pu croire que le long de ce conducteur parfait l'onde périodique se propage à peu près avec la vitesse de la lumière, comme un front d'onde; on voit qu'il n'en est rien et que la propagation de l'onde périodique le long de l'ellipsoïde est beaucoup plus lente, d'autant plus que l'ellipsoïde est plus sphérique.

Enfin la période et l'amortissement de la vibration de rang n d'ellipsoïdes homofocaux ne varient pas dans un sens toujours le même, à mesure que

l'ellipticité diminue. La période et l'amortissement sont des fonctions oscillantes de l'ellipticité.

Tout cela révèle une complication dans les vibrations propres des corps non sphériques, qui en rend l'étude analytique complète extrêmement difficile. Bien entendu les mêmes complications se retrouveront dans les vibrations propres d'un milieu élastique indéfini solide ou fluide extérieur à un corps solide, comme celles que j'ai étudiées pour la sphère.

Laissant de côté un certain nombre de résultats donnés verbalement dans mes Leçons, en particulier sur les sources électriques et magnétiques fictives qui équivalent aux sources réelles pour l'intérieur d'une surface fermée, je signalerai la solution du problème de la propagation, dans un milieu à la fois diélectrique et conducteur, du champ électromagnétique produit par des sources ponctuelles dont l'état est donné en fonction du temps. Les formules données aux *Comptes rendus* résolvent complètement le problème et ont été discutées en détail dans mes Leçons.

L'influence mutuelle de deux oscillateurs voisins, en tenant compte du retard dû à leur distance, donne lieu aussi à quelques remarques intéressantes. Par suite de ce retard, un déplacement brusque dans le premier oscillateur produit non seulement un déplacement brusque dans le second, mais aussi une variation brusque de vitesse; les répercussions atténuent les discontinuités et transforment le déplacement brusque en variation brusque de vitesse.

Ce caractère s'étend aux oscillations mécaniques transmises par un milieu élastique.

VI. — OPTIQUE.

31. 1892. **Propagation des vibrations dans les milieux absorbants isotropes.**

Pour définir, dans un milieu absorbant isotrope, la surface d'onde d'oscillations périodiques pures, de période déterminée, il faut connaître l'orientation du plan d'absorption, qui est un plan de symétrie de la surface d'onde. Le principe du retour inverse des rayons n'est applicable que sous cette réserve que les plans d'absorption n'auront pas changé d'orientation dans les différents milieux par le changement du sens de propagation des ondes.

En particulier, des ondes incidentes toujours uniformes passant à travers un prisme absorbant qui transmet des ondes d'amplitude décroissante de l'arête vers la base du prisme, ne subiront pas la même déviation quand on intervertira la source et l'écran.

Toutefois, ces différences sont théoriquement inférieures à ce qui peut être observé tant que l'absorption du prisme permet de voir la lumière transmise. Je me suis assuré par des expériences que ce résultat est conforme à l'observation.

34. 1893. **Les définitions de l'intensité de la lumière et les théories optiques.**

La théorie électromagnétique de la lumière fournit directement les deux vecteurs rectangulaires, électrique et magnétique, qui peuvent servir à repérer le plan de polarisation et à définir l'intensité lumineuse. Je montre que des considérations géométriques tout aussi simples permettent, dans les théories mécaniques de l'éther, de mettre en évidence les deux vecteurs, déplacement et rotation élémentaire, qui jouent un rôle analogue, et auxquels les théories de Fresnel, d'une part, de Lamé de l'autre, font jouer le rôle principal.

56. 1898-1899. **Dix Leçons d'Optique géométrique à l'École Normale, autographiées par les élèves : Grands angles. Grandes ouvertures.**

Ces Leçons ne comprennent que la partie la plus élémentaire de recherches poursuivies depuis de longues années sur l'optique géométrique des objectifs photographiques à grand angle et grande ouverture. De nombreux emprunts sont faits, bien entendu, aux travaux d'Abbe et de ses élèves qui sont encore aujourd'hui plus cités que connus, et surtout utilisés, de nos opticiens français.

Sans insister sur des recherches inédites, mais non abandonnées, je me bornerai à dire que j'ai fait construire depuis 10 ans plusieurs objectifs, à court foyer, de différents types, mais tous de *très grand angle,* de petite ouverture, et donnant, conformément à leur théorie, des images *nettes, planes* et achromatiques dans toute leur étendue, malgré l'emploi d'*une seule nature de verre* pour toutes les lentilles, mais malheureusement un peu déformées.

Ce défaut et l'insuffisance d'ouverture m'ont fait ajourner toute publication à ce sujet, jusqu'à succès complet.

74. 1903. **Mesure des très petits angles de rotation.**

A l'époque du premier Congrès d'Électricité, étant à Dijon, j'avais imaginé et réalisé un procédé de mesure des très petits angles de rotation, quelques secondes d'arc seulement, par le déplacement de franges entre deux spaths parallèles épais, l'un mobile, l'autre fixe, séparés par une lame demi-onde. L'emploi de ces franges très larges présente l'avantage principal de réduire colossalement les dimensions du viseur et de tout l'appareil par rapport à ce qui serait nécessaire pour avoir la même sensibilité par la méthode classique de réflexion de Gauss-Poggendorf.

A l'occasion de la construction, en 1900-1901, d'un appareil portatif du genre de ceux d'Eötvös pour la mesure de l'ellipticité locale du géoïde terrestre, j'ai repris l'étude approfondie de ce procédé de mesure dont la Note en question donne la description et la théorie.

VII. — CHRONOMÉTRIE ET GRAVITATION.

12. 1886. **Battement électrique d'une horloge astronomique. — 41.** 1895. **Nouvelles mesures de l'intensité de la pesanteur par M. von Sterneck. — 44.** 1896. **Viseur stroboscopique. Horloge à période variable. — 46.** 1897. **Appareil léger pour la détermination rapide de l'intensité de la pesanteur. — 59.** 1896. **Lois des variations d'amplitude du balancier des chronomètres. — 62.** 1900. **Les définitions de la forme de la Terre. Les réductions de la pesanteur au niveau de la mer. Les différents géoïdes. — 66.** 1900. **Constante de la gravitation universelle. Sur une cause de dissymétrie dans l'emploi de la balance de Cavendish. —** 1903. **Courbures du géoïde au sommet du Puy-de-Dôme.**

Curieux de tout ce qui concerne la Physique du globe, mais constamment détourné par le besoin de préciser mes connaissances ou mes idées sur les sujets de mon enseignement, je n'ai publié sur la pesanteur et la gravitation universelle que quelques études partielles qui sont très loin de représenter le travail que j'ai consacré à ce sujet depuis longtemps

J'ai fait construire, il y a près de 10 ans, deux pendules invariables, dont l'un a été sommairement décrit en 1897, et dont l'autre, oscillant autour de son axe de giration et destiné à fournir un étalon de temps local, indépendant de petits défauts de réglage ou d'usure, n'a pas encore été décrit.

Les publications de M. de Sterneck ayant montré à quel point la distribution de la pesanteur est irrégulière et difficile à prévoir d'après la forme extérieure et le relief du sol, j'essayai de combiner un appareil léger, avec pendule en acier *invar* battant le quart de seconde, facile à transporter et à mettre en place sans scellement ni supports maçonnés, de manière à pouvoir multiplier les observations. Pour la même raison, je pensai pouvoir essayer un chronomètre comme étalon de temps; je fis adapter sur la roue d'échappement d'un chronomètre un disque perforé me donnant des éclairs

toutes les demi-secondes. La mise en place du chronomètre a été étudiée pour être également très rapide.

Mais les premières études sur le chronomètre me révélèrent des irrégularités systématiques très importantes, dont j'entrepris alors l'étude. Je réussis à enregistrer photographiquement les variations d'amplitude du balancier, et à montrer qu'*il n'y a pas deux oscillations consécutives identiques;* toutes les irrégularités de centrage et de taille des dents du rouage réagissent sur le balancier; et, même pour un rouage parfait, l'amplitude (et, par conséquent, la période) n'est pas la même aux diverses phases de la prise de chaque dent avec une aile de pignon. Ce résultat de l'observation est d'ailleurs parfaitement conforme à la théorie, que je n'ai indiquée que d'une manière sommaire, et inévitable avec les chronomètres actuels. Pour l'emploi dans les mesures de gravitation, il faut d'abord que le chronomètre soit régulier à chaque instant, au lieu de l'être seulement en moyenne diurne. C'est à quoi je travaille depuis lors. D'ailleurs les horloges astronomiques fixes ne sont guère plus régulières; il s'agit, bien entendu, dans les comparaisons avec le pendule libre, d'une régularité qui devrait dépasser le dix-millième sur chaque oscillation isolée.

J'ai réussi plus rapidement la réalisation d'un appareil d'Eötvös, très transportable, très peu sensible aux trépidations, au vent, à la chaleur, pour les mesures locales de l'ellipticité du géoïde.

L'appareil se compose essentiellement d'un levier horizontal de 30^{cm} de long environ, pesant 180^{g}, suspendu à un très fin ruban de platine iridié. Les torsions toujours très petites (quelques minutes au plus) sont lues à 1 seconde près au moyen du système optique décrit précédemment. Par suite de l'ellipticité de la Terre, les verticales des deux extrémités du levier ne convergent *exactement* que si ce levier est dans un des deux plans de courbure principaux. Dans les azimuts intermédiaires, la non-convergence de ces verticales produit un très petit couple horizontal qui tord le fil de suspension. Des lectures de déviation dans quatre azimuts à 45° l'un de l'autre suffisent à déterminer l'orientation des courbures principales du géoïde, et la différence de ces deux courbures principales.

Après un premier voyage d'essai en Espagne et quelques modifications reconnues nécessaires, l'appareil a pris la forme robuste qui a permis de le transporter sans précautions spéciales, en juin 1903, au sommet du Puy de Dôme. Là, j'ai pu faire deux stations par jour, chacune exigeant 3 heures à 3 heures et demie pour les lectures dans les huit azimuts, à 20 minutes

d'intervalle, temps minimum indispensable puisque la durée d'oscillation est de 10 minutes environ. Sous une simple tente, malgré un vent violent, les déviations s'amortissent très régulièrement et donnent des résultats très concordants à 180° comme contrôle.

La comparaison avec le relief du sol, et les conclusions sur l'état du sous-sol à petite profondeur, en vue desquelles l'appareil a été construit, ne sont pas très faciles à obtenir. J'ai pourtant fini pas instituer un mode de discussion graphique (encore inédit comme d'ailleurs la description même de l'appareil), susceptible de donner sans trop de peine toute la précision nécessaire, une fois en possession d'un bon nivellement du terrain exploré.

Malheureusement, les indications d'un tel instrument sont tout à fait locales. Sur le sommet du Puy de Dôme, par exemple, la différence des courbures, centuple de celle de l'ellipsoïde, varie de plus du simple au double dans une étendue de quelques centaines de mètres, en même temps que l'orientation des courbures principales change de plus de 90°. Les indications d'un tel instrument, à la surface du sol, n'ont aucun intérêt pour la Géodésie générale. Il n'en serait plus de même si des mesures analogues pouvaient être faites en ballon, à une altitude de quelques kilomètres au-dessus du sol; mais j'ose à peine énoncer un tel projet, bien qu'il ne soit peut-être pas absolument chimérique.

Ceci me ramène à la définition même de la forme de la Terre, ou plutôt *aux définitions de la forme de la Terre.* J'ai montré, en effet, que la manière de prolonger la surface des mers sous les continents est arbitraire; une mer circulant en tunnel sous tous les continents ne prendra pas les mêmes niveaux que si elle circule en tranchée. Une seule définition est vraiment simple, c'est celle qui définit le géoïde, non par la surface des mers, mais par leur surface de niveau tout entière extérieure aux irrégularités du sol, située à environ 10^{km} d'altitude au-dessus des mers; c'est la seule que l'on compare aux observations astronomiques, et j'ai montré par quel calcul très simple on peut la déduire des triangulations jointes à des nivellements et des mesures de pesanteur grossières. J'ai discuté dans ces mêmes articles ce qu'on appelle *la réduction de la pesanteur au niveau de la mer,* et montré comment l'emploi d'un mode de raisonnement courant en Électrostatique permet de comprendre la signification des deux modes de réduction principaux, dont l'un (Faye) correspond au niveau des mers pris dans des tranchées, et l'autre (Bouguer) au niveau des mers pris dans des tunnels.

VIII. — MÉTÉOROLOGIE.

30. 1891-92. **Leçons de Physique et de Météorologie professées à l'Institut agronomique, autographiées par les élèves. — 29.** 1892. **Régions tempérées. Conditions locales de persistance des courants atmosphériques; courants dérivés; origine et translation de certains mouvements cycloniques. — 43.** 1896. **Les taches solaires et le temps. — 47.** 1897. **Origine, variation et perturbations de l'électricité atmosphérique. — 48.** 1897. **Vents et nuages. Résumé. — 49.** 1897. **Vents contigus et nuages. — 67.** 1900. **Mémoires originaux sur la théorie de la circulation générale de l'atmosphère. —** Traduits et annotés (Halley, Hadley, Maury, Ferrel, W. Siemens, Möller, Oberbeck, von Helmholtz).

Lorsque M. Duclaux me chargea, en 1891, de le suppléer à l'Institut agronomique dans son enseignement de Physique et de Météorologie, je décidai, à son exemple, de laisser de côté tout le fatras statistique qui n'eût fait appel qu'à la mémoire et d'exposer, sous forme très élémentaire, toutes les propriétés statiques et dynamiques des fluides, nécessaires pour comprendre les mouvements généraux de notre atmosphère. D'abord les propriétés irréversibles, conductibilité thermique, viscosité, frottement hydraulique résultant des mélanges; puis absorption et rayonnement de la chaleur par les gaz; distinction expérimentale entre les mouvements tourbillonnaires et les mouvements sans rotation élémentaire; influence du mouvement de rotation du globe sur les mouvements qui se produisent à sa surface. De cette sorte, il est possible de prévoir, au moins qualitativement, les grands courants océaniques, avant d'en entreprendre la description détaillée, et de comprendre, par analogie, l'allure générale des grands mouvements atmosphériques en même temps que leur variabilité résultant de l'insuffisante élévation des montagnes eu égard à l'épaisseur de l'atmosphère.

Dans l'étude de la circulation de l'atmosphère, je me suis inspiré à la fois des vues de M. de Tastes, complétées et, dans une certaine mesure, cor-

rigées par M. Duclaux, et des admirables travaux théoriques d'Helmholtz. Le premier, surtout préoccupé de la Terre telle qu'elle est, avec ses océans, ses continents, ses hauts plateaux, cherchait à deviner un peu, mais plus encore à reconnaître, d'après les observations quotidiennes des bureaux météorologiques, la distribution stable en surface des courants généraux, alisés, courants polaires, etc., et des aires de calme qu'ils entourent. Le second, M. Duclaux, également réaliste, décrivait avec soin les limites du courant, les lentes fluctuations de ses bords, importantes surtout à suivre pour le nord-ouest de l'Europe, ses brusques et peu durables invasions à travers l'*îlot des calmes,* de la Manche et de la mer du Nord à la Méditerranée; tous deux fixant leur attention sur le courant aérien qui apporte sécheresse ou pluie, ciel clair ou nuageux, mais n'attachant qu'une importance secondaire aux isobares, et surtout aux centres de dépression, qui sont si rarement dans nos climats de véritables centres de tourbillons.

Helmholtz, au contraire, se plaçant au point de vue théorique le plus simple, s'occupe de la circulation d'une atmosphère *sèche,* sur un globe *uniforme;* malgré ces restrictions, les résultats qu'il obtient sur l'inclinaison des surfaces de séparation entre zones animées de mouvements différents, sur leur stabilité, sur l'ascension et la descente des mélanges secs, etc. sont parfaitement applicables à la circulation réelle.

Des éléments de l'Hydrodynamique il résulte que les grandes vitesses, c'est-à-dire les courants aériens, sont localisées dans les régions de basses pressions; mais, en raison de la rotation de la Terre, *les bandes de basse pression qui séparent les différentes aires calmes et de haute pression sont toujours le siège de deux courants contigus de direction opposée, sur leurs deux rives;* c'est là une notion que je crois avoir introduite par mon enseignement, et dont l'importance n'est point encore suffisamment appréciée. Le long de ces bandes de basse pression, la pression n'est pas uniforme, il y a des minimums fermés, mais les fluctuations de ces minimums fermés n'ont presque aucune importance tant que le minimum n'est pas très accentué. Ce qui a de l'importance, c'est le lit de basses pressions, généralement nuageux sur une de ses rives et sec sur l'autre, où les courants sont en sens opposés; c'est l'extension de l'un des courants aux dépens de l'autre, leur mélange, et la pluie froide qui en résulte, leurs conflits quelquefois violents, surtout lorsqu'un troisième courant situé dans les régions supérieures de l'atmosphère vient les traverser tous deux, et provoque la formation, d'ailleurs assez rare, d'un véritable tourbillon analogue à ceux des rivières.

A la théorie de ces fluctuations se rapporte la note **29**.

A une de leurs causes extra-terrestres, la note **43**.

Rédigeant l'ensemble de mes Leçons, au moment d'abandonner la suppléance de M. Duclaux, je réussis à rapprocher utilement, du Mémoire d'Helmholtz, un ensemble de Mémoires de M. von Bezold, et à faire la théorie des condensations, évaporations et précipitations qui se produisent aux confins de deux courants aériens différents, inégalement humides, et dont la couche nuageuse est limitée en épaisseur. Ce travail prit bientôt une telle étendue que je me décidai à le publier isolément dans les *Annales du Bureau central météorologique*.

Jusqu'alors, la théorie n'avait de prise que sur deux genres d'action capables de provoquer la condensation : la détente, à laquelle on doit les nuages du genre *cumulus;* le refroidissement par rayonnement, qui donne naissance aux *stratus;* et ces deux formes sont caractéristiques de situations permanentes, inutilisables ou à peu près, pour la prévision. Les formes transitoires, celles qui correspondent aux changements de temps, sont dues aux mélanges entre régions voisines, l'une calme, l'autre en mouvement; c'est la théorie de ces nuages de mélange que j'ai réussi à faire.

J'ai dû d'abord compléter la théorie des mélanges de M. von Bezold en insistant sur le fait qu'un mélange d'air nuageux et d'air limpide peu humide est toujours accompagné d'un abaissement de température par évaporation partielle, et que, pour certaines proportions, le mélange est plus froid (¹) que le plus froid des deux composants. Le mélange est donc aussi plus dense, et tombe entre les deux sous forme d'une « onde très froide », limpide si l'évaporation est complète, brumeuse si l'évaporation n'est pas terminée.

Deux composants saturés, au contraire, donnent toujours un mélange faiblement nébuleux, de température intermédiaire, mais un peu supérieure à la moyenne des températures composantes; ces légers nuages sont faiblement ascendants par temps calme.

Reprenant, sous une forme géométrique élémentaire, la théorie d'Helmholtz, j'ai pu en donner un exposé simple et poursuivre la discussion de la forme et de la stabilité des surfaces de séparation de deux zones inégalement nuageuses, animées de vents différents, et tracer des coupes schématiques des bandes de mélange avec leurs nuages, les uns ascendants, les autres descendants, indiquer dans quel cas la pluie en résulte, par averses

(¹) Von Bezold, troisième Mémoire, octobre 1889.

ou ininterrompue; dans quels cas, au contraire, le ciel se dégage, et avec quels aspects.

Je me bornerai à indiquer ici les points essentiels de cette étude. D'abord, lorsqu'on veut étudier le mouvement de l'atmosphère par rapport au globe terrestre tournant, il faut tenir compte non seulement des forces réelles, mais des forces fictives, force centrifuge simple et force centrifuge composée, dues à la mobilité des axes de référence. Deux masses égales, mais animées de mouvements différents, ne subissent donc pas des forces égales. Dans une zone convective [1], les surfaces de niveau ne sont donc pas parallèles à la surface des eaux tranquilles; elles sont plus concaves vers le centre du globe. La pression décroît lentement du centre de la zone vers les bords.

La surface de séparation de deux zones est le lieu des intersections mutuelles des surfaces de niveau de même cote dans les deux zones. Cette surface peut avoir une inclinaison quelconque sur l'horizon; elle est parallèle à l'axe de rotation de la Terre quand les densités sont égales, les vitesses étant différentes. Pour la *stabilité*, deux conditions sont nécessaires : une, que j'appellerai *thermique*, l'autre *dynamique*. La condition thermique, c'est que l'*on rencontre les couches de densités décroissantes en s'éloignant du sol dans la direction du pôle*, et non dans la direction de la verticale. La condition dynamique, c'est que *la vitesse du vent vers l'est décroisse quand on traverse horizontalement une surface de discontinuité dans le sens des latitudes croissantes;* dans un anneau de mélange dont la composition varie progressivement, la condition est que la vitesse du vent vers l'est croisse moins vite que dans un anneau homogène en équilibre convectif.

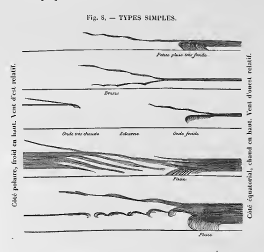
Quant à la position du mélange vers le haut ou vers le bas de l'atmosphère, elle dépend aussi de deux conditions, l'une thermique, l'autre dynamique. Dans le cas des mélanges d'air sec, la condition dynamique a une influence prépondérante, le volume spécifique du mélange étant alors égal à la moyenne des volumes spécifiques des composants; mais il n'en est plus de même dès qu'il y a condensation et surtout évaporation, même partielle. De là résultent, aux différents niveaux de la surface de séparation

(1) Dans une zone *convective* l'unité de masse d'air prise en un point quelconque de la zone a *même moment de rotation* autour de l'axe de la terre, et *même entropie*, ou suivant la locution proposée par Helmholtz même *température potentielle*, en appelant ainsi la température qu'acquerrait la masse ramenée à la pression normale sans perte ni gain de chaleur. Dans les descriptions, ce sont toujours les températures potentielles que l'on compare.

de deux zones inégalement nuageuses, des tendances tantôt concordantes mais inégales, tantôt opposées, dont la discussion assez minutieuse est l'objet principal du Mémoire.

Le Tableau ci-joint représente la coupe schématique des cas les plus importants, et s'explique de lui-même.

Fig. 8. — TYPES SIMPLES.



Ces types ne diffèrent que par l'épaisseur et le niveau des couches nuageuses.

La différence de température, en latitude, au voisinage du sol est inverse de ce qu'elle est en haut.

L'anneau de mélange s'étend à peu près également dans toute l'épaisseur des deux zones, vers le pôle en haut, vers l'équateur en bas.

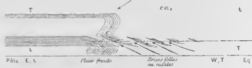
Sans essayer de donner une idée même incomplète, de toutes les descriptions théoriques des aspects du ciel, je reproduirai encore ici deux groupes de figures, relatives au cas où il y a deux couches de nuages superposées dans le même courant (*fig.* 9 à 16, p. 56-57). Dans toutes ces figures, la ligne horizontale pointillée indique le niveau où la densité des deux zones est la même.

Les formes indiquées dans ces figures n'ont rien d'arbitraire. La théorie fait connaître, en effet, les changements de densité, d'état hygrométrique

Couche nuageuse mince à la partie supérieure de l'atmosphère.

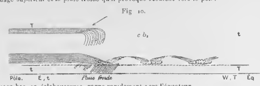
Vent d'Est nuageux froid (fig. 9, 10).

Fig 9.



Les nuages bas, imbriqués, gagnent vers l'équateur, tout en s'évaporant.
Le nuage supérieur et la pluie froide qu'il provoque reculent vers le pôle.

Fig 10.



Le nuage bas, en éclaboussures, gagne rapidement vers l'équateur.
Le nuage supérieur et la frange de pluie qu'il provoque reculent vers le pôle.

Vent d'Ouest nuageux froid (fig. 11, 12).

Fig. 11.

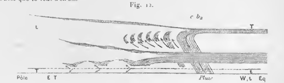


Le bord inférieur du nuage bas recule vers l'équateur, d'abord en donnant une pluie intense, puis une simple brume, enfin une onde froide d'évaporation.

Le bord supérieur du nuage bas et tout le nuage élevé avancent vers le pôle; la chute du bord du nuage élevé et des nuelles imbriquées qui s'en détachent, à travers le bord et le voile ascendant du nuage inférieur, donne une série d'averses d'importance décroissante de l'équateur vers le pôle, qui marchent dans ce même sens, en s'atténuant, et perdant leur vitesse d'Ouest.

Dans l'état final, un haut voile de cirrus très mince règne au-dessus du mélange, ainsi que deux nappes de pommelures de niveau peu différent, à peu près alternantes. Le tout marche un peu plus de l'Ouest que le vent d'en bas

Fig. 12.

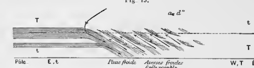


Situation presque identique à la précédente. Moins de pluie. Les nuages s'étalent plus rapidement, tous vers le pôle; le ciel se dégage moins complètement là où le mélange remplace le vent d'Ouest. Sous le voile de cirrus et les deux nappes de pommelures plane une nappe très basse de nuelles grises, informes, qui s'évaporent peu à peu

Couche nuageuse épaisse à la partie supérieure de l'atmosphère.

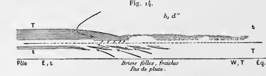
Vent d'Est nuageux froid (fig. 13, 14).

Fig. 13.



La zone de mélange s'étale des deux côtés. Des averses tombent dans presque toute la zone, surtout à son bord polaire.

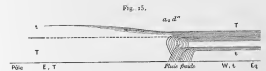
Fig. 14.



Le nuage supérieur s'étale surtout vers l'Équateur en donnant naissance à une série de jets terminés par des pommelures qui planent encore à grande hauteur. Le bord du nuage inférieur se découpe en nuelles imbriquées qui s'évaporent peu à peu, tandis que le bord du nuage continu recule vers le pôle.

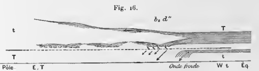
Vent d'Ouest nuageux froid (fig. 15, 16).

Fig. 15.



Un voile de hauts cirrus s'étale rapidement vers le pôle. Tout le reste des nuages recule vers l'Équateur, bordé par une bande de pluie froide.

Fig. 16.



Le bord du nuage inférieur recule vers l'Équateur en laissant tomber une onde froide accompagnée de quelques gouttes de pluie.

En haut, un voile un peu ondulé de cirrus, et une nappe de pommelures plus basses gagnent très rapidement vers le pôle.

et de vitesse du vent par suite du mélange, et suivant ses proportions. La détermination des mouvements et des apparences des nuages qui en résultent forme l'objet du Chapitre VII, où se trouvent formulées les règles appliquées pour le dessin des figures.

Les annotations relatives à la pluie, à la grêle, aux orages, résultent des règles suivantes bien établies par le premier Chapitre, bien que contraires à une habitude de langage très répandue qui fait confondre condensation et pluie.

Tout accroissement de condensation soit par détente, soit par mélange, est accompagné d'un *allégement* relatif de l'atmosphère qui favorise le mouvement ascendant et soutient le mélange. ***Jamais la pluie ne résulte d'un accroissement de condensation adiabatique.***

Toute évaporation est accompagnée d'un refroidissement intense qui fait descendre le mélange; les gouttes d'eau non soutenues tombent, et, quand le nuage n'est pas trop éloigné du sol, il pleut. ***La pluie résulte toujours d'une évaporation incomplète par mélange, avec abaissement de température.***

La pluie ne peut paraître chaude que lorsque la couche d'air inférieure est très froide par rapport à la couche supérieure, et lorsque les rafales précipitent violemment les couches d'eau sur le sol.

La pluie par averses est surtout intense lorsqu'elle résulte de la chute d'un mélange en voie d'évaporation à travers une nappe nuageuse sous-jacente.

Lorsque les deux nuages sont à des niveaux très différents dans les vents contigus, une grande différence de propriétés électriques est vraisemblable; j'indique *orages* là où le mélange se produit.

Lorsque ce mélange est accompagné de mouvements verticaux inverses qui produisent des circulations d'un nuage à l'autre, j'indique *grêle possible*.

Depuis plusieurs années que j'observe le ciel, j'ai très fréquemment observé, dans toute leur pureté, les formes les plus typiques de nuages de zones contiguës occupant le ciel entier. C'est même l'absence à peu près complète de ces formes dans les atlas de nuages et l'évidente insuffisance des descriptions qui, en excitant ma curiosité, m'ont porté à entreprendre la théorie. Désormais, sauf erreur, la signification d'un aspect donné du ciel se rattache à une situation entièrement définie : direction et force des vents, inégalités des températures lointaines, niveaux et épaisseurs relatives des nuages lointains; modifications consécutives. Il ne s'agit plus d'une

expérience personnelle et locale, mais d'une description analytique d'un petit nombre de caractères faciles à comprendre, applicables en tout point du globe.

Dans un avant-dernier Chapitre j'ai amorcé l'étude de l'origine des cyclones, en définissant l'instabilité bien nette due aux circonstances suivantes :

Si une zone limpide chaude flotte au-dessus d'une zone nuageuse froide, et que le fond de la zone limpide s'abaisse jusqu'au niveau supérieur du nuage et commence à le pénétrer, le mélange, *très froid par évaporation,* tombe jusqu'au sol à travers le nuage; comme il conserve un excès de vitesse du vent supérieur, la surface limite est instable du côté où le nuage est le moins épais. De cette instabilité résulte, comme je le montre, un ensemble de caractères d'une frappante analogie avec ceux que montrent les cyclones.

Dans un dernier Chapitre, enfin, j'interprète l'ensemble des résultats obtenus, et j'en fais application à notre globe terrestre tel qu'il est, donnant une liste des situations stables d'hiver et d'été pour les régions continentales ou marines, d'après les caractères sec ou pluvieux de la saison précédente, et je renvoie aux figures du Mémoire qui donnent l'aspect correspondant du ciel. Même indication, mais plus brève, pour les situations instables.

Une comparaison méticuleuse de ces indications d'origine purement théorique, avec les faits observés, serait du plus haut intérêt; mais il est difficile à un travailleur isolé d'avoir le temps et les moyens de l'effectuer. Je n'en désespère pourtant pas; mais auparavant j'ai encore à reprendre la théorie pour des aires n'entourant pas complètement le globe, et mobiles dans une certaine mesure. Je ne crois pas que le caractère général des résultats soit considérablement changé; pourtant il faut s'attendre à ce que les courants contigus, dirigés suivant le méridien, donnent quelques résultats différents de ceux qui courent le long des parallèles, en réalité seuls étudiés dans le Mémoire actuel.

Dans ce Mémoire je me suis attaché à raisonner aussi rigoureusement que j'ai pu sur une atmosphère sans viscosité, ne subissant aucun frottement du sol, ne recevant pas de chaleur de l'extérieur. Pour savoir, en effet, quelles sont les conséquences d'une théorie météorologique, nécessairement beaucoup moins complexe que la réalité, il importe de ne faire appel à l'observation que pour le choix des données et la position du problème; il ne faut pas, quand le raisonnement devient trop difficile, faire de nouveau

appel à l'observation, sous peine d'introduire inconsciemment de nouveaux éléments dans le raisonnement, et de ne plus savoir à quoi rattacher les concordances et les discordances entre le résultat final de cette théorie mixte et l'observation.

A ce point de vue, il m'a paru utile de réunir et d'annoter les Mémoires très peu nombreux, *sur la circulation générale de l'atmosphère* (n° 67), qui présentent ce caractère exclusivement théorique, depuis Halley jusqu'à von Helmholtz.

35836 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS, quai des Grands-Augustins, 55